LOS NÚMEROS IRRACIONALES

Un número es **IRRACIONAL** si posee **infinitas cifras decimales no periódicas**, por lo tanto no se lo puede expresar en forma de fracción (acción que sí se puede hacer con los números racionales).
Uno de los números irracionales más conocido es el número $\boldsymbol{\pi}$, que se define como la relación entre la longitud de la circunferencia y su diámetro: $\pi = 3{,}1415926535897\ldots$

Otros números irracionales son:

El número $\boldsymbol{e}$ se lo suele llamar número de Euler (por Leonhard Euler) y es la base de los logaritmos naturales (inventados por John Napier): $e = 2{,}71828182845904\ldots$

El número **áureo**, φ, también llamado **número** de oro, proporción áurea, divina proporción, entre otros. Fue descubierto en la antigüedad, no como una expresión aritmética, sino como una construcción geométrica. Se encuentra tanto en algunas figuras geométricas como en la naturaleza: en las nervaduras de las hojas de algunos árboles, en el grosor de las ramas, en el caparazón de un caracol, etc. $\varphi = 1{,}618033988749894\ldots$

Por otro lado, sabemos que no existe ningún número racional que elevado al cuadrado dé por resultado 5; por lo tanto, la raíz cuadrada de 5 no es un número racional, es por ello que decimos que $\sqrt{5}$ es un número **irracional**. También son irracionales por ejemplo:

$$\sqrt{2}, \quad \sqrt[3]{4}, \quad \sqrt[4]{\frac{11}{3}}, \quad \sqrt[3]{0{,}10}$$

A partir de esto podemos afirmar que la radicación en el conjunto de racionales no cumple con la llamada ley de cierre, es decir que los ejemplos anteriores no tienen solución racional. Luego, se amplía así el conjunto numérico con los números irracionales.
$\sqrt{2} = 2{,}4142136\ldots$, $\sqrt{5} = 2{,}5325062\ldots$ (recuerda que tienen infinitas cifras decimales no periódicas).

<u>Conjunto de los Números Reales</u> $(\mathbb{R})$

El conjunto de números racionales $(\mathbb{Q})$ y el conjunto de números irracionales forman un nuevo conjunto numérico llamado conjunto de números reales y se lo designa con $\mathbb{R}$.

(Escribe aquí el cuadro general de conjuntos numéricos hasta los Reales)

RADICACIÓN EN EL CONJUNTO DE LOS NÚMEROS REALES

Recordemos que la radicación es una de las operaciones inversas de la potenciación.

Definición de raíz n-ésima de un número real

Llamamos raíz n-ésima de un número real ***a***, a otro número real ***b*** tal que, elevado a la potencia ***n***, nos da como resultado el número ***a***.

$$\sqrt[n]{a} = b \Leftrightarrow b^n = a \quad \text{con} \quad a \wedge b \in \Re; n \in N \wedge n \rangle 1$$

$$\text{Ejemplos:} \quad \sqrt[3]{8} = 2 \text{ pues } 2^3 = 8 \qquad \sqrt[4]{81} = \pm 3 \text{ pues } (\pm 3)^4 = 81$$

Signos de la radicación:

1) Dado: $\sqrt[3]{+27} = +3$ porque $(+3)^3 = +27$

Si el radicando es positivo y el índice un número impar la única solución es positiva.

2) Dado: $\sqrt[3]{-27} = -3$ $(-3)^3 = -27$

Si el radicando es un número negativo y el índice es un número impar, la única solución es negativa.

3) Dado: $\sqrt{+25} = +5$ $(+5)^2 = +25$

pero también se cumple:

$\sqrt{+25} = -5$ $(-5)^2 = +25$

Por lo tanto: Si el radicando es un número positivo y el índices par, la raíz tiene ………………………, que son números opuestos. Generalmente se considera la solución positiva.

4) Dado:

$\sqrt{-25} =$ **No** tiene solución en R;

pues: $(+5)^2 = +25$ y $(-5)^2 = +25$

Luego, si el radicando es un número negativo y el índice es par …………………………………..en el campo de los números reales.

RADICALES

Radical aritmético

Se llama radical aritmético o simplemente radical a la raíz indicada de un número, que tiene solución posible en el conjunto R.

Ejemplos: $\sqrt{8xy^3}$; $-3a\sqrt[3]{5x^2}$; $-\sqrt[5]{-3a}$

Si la raíz indicada es exacta, la expresión es *racional*, caso contrario es *irracional*.
Vemos a continuación el nombre de los elementos de un radical:

$$\sqrt[n]{a^m} = b \begin{cases} b \text{ es la raíz} \\ n \text{ es el índice} \\ m \text{ es el exponente del radicando} \\ \sqrt{} \text{ se llama signo radical} \\ a^m \text{ es el radicando} \end{cases}$$

- ✓ Un radical puede llevar coeficientes que formen parte de él, por ejemplo: $-5\sqrt[n]{2b}$ donde -5 es el coeficiente del radical.

Leyes de los radicales

I) $\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a}.\sqrt[n]{b}$

II) $\sqrt[n]{a:b} = \sqrt[n]{a} : \sqrt[n]{b}$

III) $\sqrt[n]{a^p} = \left(\sqrt[n]{a}\right)^p$

IV) $\sqrt[n]{\sqrt[p]{a}} = \sqrt[n.p]{a}$

V) $\sqrt[n]{a^p} = \sqrt[n.q]{a^{p.q}}$

$\sqrt[n]{a^p} = \sqrt[n:q]{a^{p:q}}$

Estas dos últimas expresiones corresponden al llamado Teorema Fundamental de la Radicación que dice: *Si se multiplica o divide el índice de la raíz y el exponente del radicando por un mismo número entero, el valor aritmético del radical no varía.*

Ejemplos:

$\sqrt[3]{3a} = \sqrt[\cdots]{(3a)^{\cdots}} = \ldots\ldots\ldots\ldots$

$\sqrt[10]{32} = \sqrt[\cdots]{2^5} = \ldots\ldots\ldots\ldots$

Nota: este último teorema permite la simplificación de radicales, definir la potenciación de exponente fraccionario y la reducción a común índice de radicales.

❖ Actividad 1: Resuelve aplicando propiedades

a) $\sqrt{81a^2b^4} =$	**b)** $\sqrt{25x^6y^8} =$	**c)** $\sqrt[3]{-8x^3y^6z^{12}} =$	**d)** $\sqrt[4]{64a^8b^{16}} =$
e) $\sqrt[5]{a^{15}b^{20}d^{25}} =$	**f)** $\sqrt[3]{-1000x^9y^{18}} =$	**g)** $\sqrt{\dfrac{9a^2}{25^4}} =$	**h)** $\sqrt[4]{\dfrac{a^8}{64b^4c^{12}}} =$
i) $\sqrt{\sqrt[5]{a^{30}}} =$	**j)** $\sqrt[6]{x^{12}y^{-18}} =$	**k)** $\sqrt[3]{\sqrt[4]{x^{36}z^{12}}} =$	**l)** $\sqrt{\sqrt[3]{4cd}}.\sqrt[6]{16c^5d^{11}} =$

Simplificación de radicales

Para simplificar un radical se divide el índice del radical y el exponente del radicando por sus factores comunes (por el MCD de ambos).

Ejemplos:

a) $\sqrt[42]{m^{28}} = \sqrt[42:14]{m^{28:14}} = \sqrt[3]{m^2}$

$\mathrm{MCD}(42;28) = 14$

b) $\sqrt[6]{324}$= ……………………………………………………………….

c) $\sqrt[18]{8a^9}$= ……………………………………………………………….

❖ Actividad 2: simplifica los siguientes radicales.

a) $\sqrt{16a^4b^6c^{10}} =$	b) $\sqrt[3]{27x^3y^9z^{12}} =$
c) $\sqrt{\dfrac{25m^2n^6}{81a^{10}x^4}} =$	d) $\sqrt[3]{-125x^{12}y^3} =$

El radical como exponente fraccionario

Un radical es igual a una potencia de exponente fraccionario que tiene como base la base del radicando y de exponente una fracción cuyo numerador es el exponente del radicando y cuyo denominador es el índice del radical.

$$\boxed{\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}}$$

Ejemplos: $\sqrt[5]{2x^3} =$ ....

$2x^{\frac{3}{2}}y^{\frac{1}{5}} =$ ....

❖ Actividad 3:

a) Escribe como potencias los siguientes radicales:

$\sqrt[3]{-3a^5} =$ $\qquad$ $\sqrt{2xy^3z} =$ $\qquad$ $\sqrt[4]{xy^2} =$ $\qquad$ $\sqrt[5]{\dfrac{a+1}{a-1}} =$

b) Escribe como radicales las siguientes potencias:

$x^{\frac{2}{3}} =$ $\qquad$ $(-3+y)^{\frac{5}{2}} =$ $\qquad$ $\left(\dfrac{\mathbf{2}}{\mathbf{5}}\right)^{-\frac{2}{5}} =$ $\qquad$ $(xy^3)^{\frac{3}{4}} =$

Radicales homogéneos

Los radicales son **homogéneos** si tienen el mismo índice.

Ej: $\sqrt[3]{x},\ \sqrt[3]{yz},\ \sqrt[3]{2x}$

Reducción de radicales a mínimo índice común (m.c.i.): para ello calculamos el mínimo común múltiplo de los índices y éste será el índice común (es decir que obtenemos el mínimo común índice). Después dividimos el m.c.m por cada índice de la raíz y el resultado se multiplica por exponente del radicando.

Ejemplos a) $\sqrt[3]{2x^2},\ \sqrt{y^3},\sqrt[5]{3^2}$

....

....

....

b) $\sqrt{3ax^3};\sqrt[6]{3(x-2a)};\sqrt[4]{5a^3b^2}$

....

....

....

❖ Actividad 4: reduce al mínimo común índice los siguientes radicales:

a) $\sqrt[8]{0,5};\sqrt[6]{7x}$	b) $\sqrt[3]{2a};\sqrt[6]{5y^2};\sqrt[9]{\frac{2}{3}x^2}$	c) $\sqrt[3]{a^2};\sqrt[5]{b};\sqrt{(a+c)^3}$
d) $\sqrt[5]{mn^2};\sqrt{m^5};\sqrt[3]{m^{-1}n}$	e) $\sqrt[20]{a^4b};\sqrt[15]{ab^5};\sqrt[10]{5a^3b^{-2}}$	e) $\sqrt[5]{\frac{8}{25}};\sqrt{x-y};\sqrt[4]{125}$

Extracción de factores del radical

Para extraer factores se divide el exponente del radicando con el índice de la raíz. El cociente es el exponente del factor que extraemos de la raíz y el resto es el exponente del factor que se queda en el radicando. *Sólo se pueden extraer los factores que tienen un exponente mayor o igual que el índice.*

Ejemplos : a) $\sqrt[5]{x^{17}} =$ ....

b) $\sqrt[3]{\frac{8}{27}x^{-8}y^{2}} =$ ....

❖ Actividad 5: Extraer todos los factores posibles de los siguientes radicales.

a) $\sqrt[3]{8a^6b^2c^3d^{-6}}$	b) $\sqrt[4]{7a^8b^{13}c^4d^{18}}$	c) $\sqrt[7]{a^9b^7c^4d^{23}} =$	d) $\sqrt[5]{a^4b^8c^{10}} =$
e) $\sqrt{4a^{-6}b} =$	f) $\sqrt[5]{\frac{a^{10}b^{-5}}{m^{15}}} =$	g) $3a\sqrt{5^4a^6} =$	h) $\sqrt[3]{\frac{9}{64}x^3y^4z^{-7}} =$

Introducción de factores dentro del signo radical

Para **introducir** dentro del signo radical un factor que multiplica a una raíz, se multiplica el exponente del factor por el índice de la raíz y se escribe el producto como exponente del factor dentro de la raíz.

Ej. : a) $4x^2.\sqrt[3]{y} =$ ....

b) $\frac{3x}{2y}\sqrt{\frac{2y}{3x}} =$ ....

❖ Actividad 6: Introducir los factores en los siguientes radicales.

a) $\frac{3ab}{2c}\sqrt{a} =$	b) $\frac{2a}{3x}\sqrt[3]{\frac{27x^4}{a^2}} =$	c) $(a+b)\sqrt{a+b} =$	d) $0{,}2x^{-1}\sqrt[3]{\frac{1}{4}x} =$
e) $x^{-5}y^{-1}\sqrt{y^{-2}} =$	f) $ab\sqrt[3]{\frac{1}{a^2}} =$	h) $(x-y)\sqrt{\frac{1}{(x^2-y^2)}} =$	i) $\frac{a}{2b}\sqrt[3]{\frac{4b^2}{a^2}} =$

Radicales semejantes

Los radicales son semejantes si tienen el mismo índice y el mismo radicando.

En algunos casos llegan a ser semejantes cuando después de transformarlos en su más simple expresión, a través de la simplificación de índices y exponentes o la extracción de factores fuera del signo radical, solo difieren en sus coeficientes (índice y radicando iguales).

Ejemplos **a)** $\sqrt[5]{xy}$, $-2\sqrt[5]{xy}$, $3\sqrt[5]{xy}$

b) $\sqrt{50};\sqrt{18};\sqrt{200}=$..

....

c) $\sqrt[6]{25a^4};\ 2a\sqrt[9]{125a^6}=$..

....

❖ Actividad 7: Indica si los siguientes radicales son semejantes:

a) $-7\sqrt[3]{b}$; $2\sqrt[3]{b^4}$ b) $\sqrt{20}$; $-4\sqrt{125}$; $\frac{1}{2}\sqrt{45}$

c) $-6\sqrt[3]{2a^6}$; $\frac{1}{3}\sqrt[3]{2}$; $5\sqrt[3]{16a^3}$ d) $\sqrt{xy(p+q)^2}$; $\sqrt{xy(p-q)^2}$

OPERACIONES CON RADICALES

1) Suma algebraica: *Para sumar o restar radicales tienen que ser semejantes* (igual índice e igual radicando). Para sumar radicales semejantes se suman los coeficientes de los sumandos y se deja el mismo radical.
En el caso de que los radicales no sean semejantes, hay que intentar transformarlos en otros equivalentes que sí lo sean (sacando factores o racionalizando). En el caso que no se pueda, la operación queda indicada.
Ejemplos:

- $3\sqrt{8}+2\sqrt{8}=$...................................
- $\sqrt{20}-2\sqrt{5}+\sqrt{45}=$..
- $a\sqrt{xy}+a^2\sqrt{xy}-2a\sqrt{xy}=$..

❖ Actividad 8: Resuelve

a) $-5\sqrt{7}+\frac{2}{5}\sqrt{7}-\frac{2}{3}\sqrt{7}=$	b) $2\sqrt{5}-3\sqrt{\frac{1}{5}}+\frac{1}{2}\sqrt{5}=$	c) $-\frac{1}{2}a\sqrt[3]{b^2}-\left(-\frac{1}{4}a\sqrt[3]{b^2}\right)=$
d) $2\sqrt[3]{81}-4\sqrt[3]{24}=$	e) $\sqrt{3}+\sqrt{9}+\sqrt{27}+\sqrt{81}=$	f) $\sqrt{2}+2\sqrt[4]{6^2}-\sqrt[3]{2^3}+\sqrt{3^3.2}=$

2) Multiplicación de radicales:

a) De igual índice: es decir radicales homogéneos.
El producto de radicales de igual índice es otro radical del mismo índice a los dados, cuyo signo resulta de aplicar la regla de los signos de la multiplicación, cuyo coeficiente es el producto de los coeficientes dados y cuyo radicando es el producto de los radicandos dados.

En símbolos: $\boxed{\sqrt[n]{a^r}\cdot\sqrt[n]{b^s}=\sqrt[n]{a^r\cdot b^s}}$

Ejemplos:

- $\sqrt[3]{7}\cdot\sqrt[3]{5}=$........................
- $\sqrt[4]{b^2}\cdot\sqrt[4]{b}=$......................

b) De distinto índice: es decir de radicales no homogéneos.
Si los radicales no son homogéneos los transformamos reduciendo a índice común.

Ejemplos :

- $\sqrt[3]{2x}\cdot\sqrt{3y}=$..
- $2\sqrt[3]{2}\cdot\sqrt{3}\cdot 5\sqrt[4]{2}=$..

❖ <u>Actividad 9</u>: resuelve las siguientes multiplicaciones.

a) $\sqrt{3}.\sqrt{5}.\sqrt{2}=$	b) $\sqrt[3]{a}.\sqrt[3]{a^2}.\sqrt[3]{a^5}=$	c) $\sqrt{\dfrac{a}{2b}}.\sqrt{\dfrac{b^2}{a}}=$	d) $\sqrt{a}.\sqrt[3]{a}.\sqrt[4]{a^3}=$
e) $\sqrt{2}.\sqrt[3]{3}.\sqrt[3]{5}=$	f) $\sqrt{2x}.\sqrt[3]{3x^2}.\sqrt[6]{x^5}=$	g) $\sqrt[3]{a^2}.\sqrt[6]{a^2b^3}.\sqrt{b}=$	h) $\dfrac{3}{5}\sqrt[4]{a^3b}.\dfrac{1}{2}m^2\sqrt[3]{ab^2c}=$

3) <u>División de radicales</u>

a) De igual índice: es decir radicales homogéneos.

El cociente de radicales de igual índice es otro radical que tiene el mismo índice y por radicando el cociente de los radicandos.

En símbolos: $\boxed{\sqrt[n]{a^r}:\sqrt[n]{b^s}=\sqrt[n]{a^r:b^s} \text{ o bien } \dfrac{\sqrt[n]{a^r}}{\sqrt[n]{b^s}}=\sqrt[n]{\dfrac{a^r}{b^s}}}$

Ejemplos: a) $\dfrac{\sqrt{18}}{\sqrt{2}}=$...

b) De distinto índice: es decir de radicales no homogéneos.

Si los radicales no tienen igual índice se reducen previamente a índice común.

<u>**Ejemplos:**</u>

- $\sqrt{2}:\sqrt[3]{3}=$..
- $\sqrt[4]{a^7}:\sqrt[6]{a^5}=$..

  ....
- $\sqrt[3]{a^2bc^2d}:\sqrt{abcd}=$..

  ....

<u>**Nota:**</u> los dos casos antes vistos sólo tienen sentido si es posible realizar la división de radicales eliminando el denominador (o las potencias de exponente negativos).

<u>Contraejemplo</u>:

$\sqrt[3]{a} : \sqrt[3]{a^2} = \sqrt[3]{a : a^2} = \sqrt[3]{\dfrac{1}{a}} = \dfrac{1}{\sqrt[3]{a}}$ Como vemos el problema de la división no se resolvió. Luego veremos cómo resolvemos estas situaciones.

❖ <u>Actividad 10</u>: resuelve las siguientes divisiones.

a) $\sqrt{\dfrac{\mathrm{a}}{2\mathrm{b}}} : \sqrt[3]{\dfrac{a}{b}} =$	b) $2\sqrt{72} : = \sqrt{32} =$	c) $2\sqrt{x^2y^3} : 3\sqrt{xy} =$
d) $16\sqrt{x^3y^4} : 4\sqrt{x^2y^2} =$	e) $\sqrt[5]{a^2b^3c^4} : \sqrt[5]{ab^2c} =$	f) $2\sqrt[3]{a^2b} : 3\sqrt{ab} =$

<u>Potencia de un radical</u>

Para elevar un radical a una potencia elevamos su radicando a dicha potencia.

En símbolos: $\boxed{\left(\sqrt[n]{a}\right)^p = \sqrt[n]{a^p}}$

Ej. a) $\left(\sqrt[3]{x^2}^{\,4}\right) =$ ....

b) $\left(\sqrt{a}\right)^2 =$ ....

c) $\left(\sqrt{3ax}\right)^4 =$ ....

❖ <u>Actividad 11</u>: calcula siguientes las potencias

a) $\left(\sqrt{2ab}\right)^3 =$	b) $\left(\sqrt[3]{3a^2b}\right)^2 =$	c) $\left(\dfrac{a}{2}\sqrt[4]{b^2c^3d}\right)^3 =$
d) $\left[(x-y)\sqrt{\dfrac{1}{x-y}}\right]^2 =$	e) $\left(3x^2y\sqrt[3]{\dfrac{2}{9x^2y^2}}\right)^2 =$	f) $\left(\sqrt[5]{\dfrac{2x}{y-z}}\right)^{10} =$

<u>Raíz de un radical</u>

La raíz de una raíz es otra raíz que tiene por índice el producto de los índices y el mismo radicando.

En símbolos: $\boxed{\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[m.n]{a}}$

Ej. a) $\sqrt[5]{\sqrt[3]{xyz}} =$ ....

b) $\sqrt[4]{\sqrt[3]{\dfrac{3}{5}}} =$ ....

✓ Casos particulares:

- Ejercicios donde se empiezan a resolver desde el radical más interior.

$\sqrt{5 + \sqrt{14 + \sqrt{1 + \sqrt{9}}}} =$ ....

....

- Ejercicios donde se combina la raíz de una raíz con la introducción/extracción de factores del radical

- $\sqrt{27a^2b^3\sqrt{9a^4b^2}} =$ ....
- $\sqrt{a\sqrt[3]{2a^2}} =$ ....

❖ <u>Actividad 12</u>: calcula las raíces

a) $\sqrt{\sqrt{a^2b}} =$	b) $\sqrt[5]{\sqrt[3]{\sqrt{2x^2}}} =$	c) $\sqrt{\sqrt[3]{\frac{3}{2}ab^5}} =$
d) $\sqrt{2a\sqrt[5]{a^2}} =$	e) $\sqrt{20+\sqrt{21+\sqrt{8+\sqrt{64}}}} =$	f) $2\sqrt{2\sqrt{2\sqrt{2}}} =$

<u>Racionalización</u>

Racionalizar radicales es sustituir una fracción por otra equivalente que no tenga raíces en el denominador (es decir que el denominador sea un número racional).
Es decir que, racionalización de denominadores es la operación que elimina las expresiones radicales que pueden aparecer en los denominadores.

Estudiaremos los casos siguientes:

1) El denominador es un número que contiene un radical:

Ej. a) $\dfrac{7}{\sqrt{3}} =$

b) $\dfrac{6x}{\sqrt[5]{ab^2x^3}} =$

❖ <u>Actividad 13</u>: Racionaliza las siguientes expresiones.

a) $\dfrac{3}{\sqrt{2}} =$	b) $\sqrt{\dfrac{2}{3}} =$	c) $\dfrac{3}{\sqrt{2-x}} =$	d) $\dfrac{2\sqrt{3a}}{3a\sqrt{a}} =$	e) $\dfrac{3x}{2y\sqrt{x^3}} =$
f) $\dfrac{x-y}{2\sqrt{x+y}} =$	g) $\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt[3]{3}} =$	h) $\dfrac{2}{\sqrt[3]{a^4b}} =$	i) $\sqrt[5]{\dfrac{2a^2}{b^3}} =$	j) $-\dfrac{5}{\sqrt{x^5y^6z^2}} =$

<u>Pares conjugados</u>

(*a+b*) y *(a-b)* son expresiones conjugadas entre sí. Recordemos que su producto es igual a la diferencia de cuadrados de ***a*** y ***b*** con lo que si ***a*** o ***b*** son radicales de índice dos, las raíces desaparecerán al hacer la multiplicación.

$$(a+b).(a-b)=a^2-b^2$$

Ej.:

a) Si tenemos como denominador $2+\sqrt{3}$, su conjugado es $2-\sqrt{3}$, luego su producto es :

....

b) Si tenemos como denominador $\sqrt{a}-\sqrt{b}$, su conjugado es $\sqrt{a}+\sqrt{b}$, y su producto es :

....

2) a) El denominador es un binomio cuyos términos son irracionales cuadráticos.
Para racionalizar el denominador, se multiplican numerador y denominador por la conjugada del denominador.

$$\text{Ejemplo}: \frac{2}{\sqrt{x}+\sqrt{y}} = \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots$$

b) El denominador es un binomio con un término racional y otro irracional cuadrático.

$$\text{Ejemplo}: \frac{2}{\sqrt{2}-5} = \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots$$

❖ <u>Actividad 14</u>: Racionaliza las siguientes expresiones.

a) $\frac{\sqrt{2}-\sqrt{3}}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} =$	b) $\frac{1+\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1} =$	c) $\frac{4ab}{\sqrt{a+b}-\sqrt{b}} =$	d) $\frac{5a}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} =$
e) $\frac{1}{ab-\sqrt{5}} =$	f) $\frac{0{,}4}{2\sqrt{3}+2} =$	g) $\frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{3-\sqrt{2}} =$	h) $\frac{-6\sqrt{2}}{\sqrt{\sqrt{3}-\sqrt{6}}} =$

❖ <u>Actividad 15</u>: Realiza las siguientes operaciones.

a) $\frac{\sqrt{x}}{\sqrt[3]{x}} =$

b) $\left(\sqrt{7}-\sqrt{2}\right)^2 =$

c) $\frac{1}{2-\sqrt{3}} \cdot \frac{1}{2+\sqrt{3}} =$

d) $\sqrt{\frac{a-b}{(a-b)^2} \cdot \frac{a+b}{a^2-b^2}} =$

e) $\sqrt{18}+\sqrt{50}+\sqrt{2}-\sqrt{8} =$

f) $\sqrt{14+\sqrt{1+\sqrt{9}}} =$

g) $\sqrt{(a-b)\sqrt{(a-b)^2}} =$

h) $\sqrt[3]{\frac{1}{2}x\sqrt{\frac{x}{2}}} =$

i) $\frac{\sqrt{b}}{\sqrt[3]{y^2}} \cdot \frac{\sqrt[3]{y}}{\sqrt{2b}} =$

j) $\frac{\sqrt{4\sqrt{a^3}}}{\sqrt[4]{a}} =$

k) $\sqrt{27}-\sqrt{75}+\sqrt{12} =$

l) $\left(3x\sqrt{\frac{1}{2}}+\frac{1}{4}x\sqrt{8}\right)^2 =$