

**RAZONES Y PROPORCIONES****RAZÓN entre dos números**

**Definición:** *Dados dos números  $a$  y  $b$ , distintos de cero, se llama razón al cociente exacto de los mismos.*

(es decir  $a:b$  o bien  $\frac{a}{b}$  y se lee  **$a$**  es a  **$b$** )

Ejemplos:  $\frac{8}{4} = 2$ ;  $\frac{-6}{2} = -3$

En símbolos:  $\frac{a}{b} = r$  (con  $b \neq 0$ )

Siendo:  $a$ : Antecedente  
 $b$ : Consecuente  
 $r$ : Razón

Aplicando la definición tenemos:

a) La razón entre -15 y 5 es  $-3$  porque  $\frac{-15}{5} = -3$

b) La razón entre 16 y 28 es  $\frac{4}{7}$  porque  $\frac{16}{28} = \frac{4}{7}$

**Ejemplo:** Se realiza una encuesta a un grupo de estudiantes sobre "si dispone de conexión wifi en su hogar". Luego de analizadas las respuestas se concluye que: 4 de cada 10 estudiantes disponen de conexión wifi en sus hogares.

Entonces: la razón entre los estudiantes que poseen wifi y el total de los estudiantes es 4:10, razón que también podemos expresar como 2:5 por ser equivalentes.

 **Actividad:** Halla la razón entre:

a) 35 y -7

b)  $-\frac{3}{4}$  y  $-\frac{9}{8}$

c) -0,3 y 0,4

d)  $\sqrt[5]{64}$  y  $\sqrt[5]{2}$

**Diferencia entre fracción y razón**

a) En las fracciones, numerador y el denominador siempre deben ser números enteros (a excepción del cero en el denominador)

$$\frac{3}{4}; \frac{-5}{17}; \frac{9}{-2}; \frac{-15}{-23}$$

b) En las fracciones el numerador y el denominador se refieren a la misma magnitud.  
 Por ejemplo: los  $\frac{3}{4}$  de una torta.

c) En las razones, el antecedente y el consecuente sí pueden ser números decimales.

$$\frac{0,2}{9}; \frac{3}{5}; \frac{-1}{2,5}; \frac{52,7}{100}$$

c) Una razón puede comparar dos magnitudes heterogéneas (con distintas unidades).  
 Por Ejemplo: un automóvil consume 6 L de combustible / 100 km

d) De lo anterior podemos decir que toda fracción es razón, pero no toda razón es fracción.

**PROPORCIÓN**

**Definición:** *Dados cuatro números a, b, c, d, distintos de cero; y en ese orden, forman una proporción si la razón entre los dos primeros es igual a la razón entre los dos últimos.*

En símbolos:

$$\boxed{\frac{a}{b} = \frac{c}{d}} \quad \text{ó bien } a:b :: c:d$$

Se lee "**a** es a **b** como **c** es a **d**".

**a** y **d** son *extremos*

**b** y **c** son *medios* de la proporción.

También podemos decir que: "Una proporción es una igualdad entre dos razones".

Ejemplo:

$$\frac{16}{4} = \frac{20}{5}$$

$$\boxed{4 = 4}$$

**Ejemplos:** Forma las proporciones posibles.

a) 2; 15; 6; 5

b) 3; 5; 6; 10

**Clasificación de proporciones**

- **Proporción Ordinaria:** Se llama proporción ordinaria a la proporción cuyos términos son todos diferentes.

Ejemplo:  $\frac{5}{2} = \frac{10}{4}$

En símbolos:  $\boxed{\frac{a}{b} = \frac{c}{d}}$

- **Proporción Continua:** Se llama proporción continua a aquella que tiene sus términos medios iguales.

Ejemplos:  $\frac{2}{6} = \frac{6}{18}$ ,  $\frac{8}{4} = \frac{4}{2}$

En símbolos:  $\boxed{\frac{a}{b} = \frac{b}{c}}$

**Propiedad Fundamental de las proporciones**

**"En toda proporción el producto de los extremos es igual al producto de los medios".**

En símbolos:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

$$\boxed{a \cdot d = b \cdot c}$$

Ejemplo: a)  $\frac{4}{6} = \frac{8}{12}$

b)  $\frac{-5}{\frac{1}{2}} = \frac{-30}{3}$

c)  $\frac{-5}{15} = \frac{4}{-12}$

$$4 \cdot 12 = 6 \cdot 8$$

$$48 = 48$$

**Observación:** En el caso de las proporciones continuas la propiedad fundamental se enuncia diciendo:

*"En toda proporción continua el cuadrado del término medio es igual al producto de los extremos".*

En símbolos:  $\frac{a}{b} = \frac{b}{c}$  ;  $b \cdot b = a \cdot c$ ;  $b^2 = a \cdot c$

**Ejemplos:**

$$\frac{3}{6} = \frac{6}{12} \quad ; \quad \frac{8}{4} = \frac{4}{2} \quad ; \quad \frac{9}{15} = \frac{15}{25}$$

### **Propiedades de las proporciones**

**1)** En toda proporción, la suma (o diferencia) del antecedente y consecuente de la primera razón, es a su antecedente o consecuente, como la suma (o diferencia) del antecedente y consecuente de la segunda razón es a su antecedente o consecuente.

Sea la proporción  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$  , entonces:

a)  $\frac{a+b}{a} = \frac{c+d}{c}$

c)  $\frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d}$

b)  $\frac{a-b}{a} = \frac{c-d}{c}$

d)  $\frac{a-b}{b} = \frac{c-d}{d}$

**Ejemplos:**

a)  $\frac{8+4}{8} = \frac{10+5}{10}$

c)  $\frac{8+4}{4} = \frac{10+5}{5}$

$\frac{12}{8} = \frac{15}{10}$

$\frac{12}{4} = \frac{15}{5}$

b)  $\frac{8-4}{8} = \frac{10-5}{10}$

d)  $\frac{8-4}{4} = \frac{10-5}{5}$

$\frac{4}{8} = \frac{5}{10}$

$\frac{4}{4} = \frac{5}{5}$

**2)** En toda proporción, la suma (o diferencia) del antecedente y consecuente de la primera razón es a su diferencia (o suma) como la suma (o diferencia) del antecedente y consecuente de la segunda razón es a su diferencia (o suma).

Sea la proporción  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$

$$a) \frac{a+b}{a-b} = \frac{c+d}{c-d}$$

$$b) \frac{a-b}{a+b} = \frac{c-d}{c+d}$$

Ejemplo: Dada la proporción  $\frac{15}{3} = \frac{10}{2}$  resultan:

$$a) \frac{15+3}{15-3} = \frac{10+2}{10-2}$$

$$b) \frac{15-3}{15+3} = \frac{10-2}{10+2}$$

$$\frac{18}{12} = \frac{12}{8}$$

$$\frac{12}{18} = \frac{8}{12}$$

Cálculo de un extremo: Dada la siguiente proporción, calcular el extremo desconocido.

$$\frac{x}{5} = \frac{6}{3}$$

$$3 \cdot x = 5 \cdot 6 \quad (\text{aplicamos la propiedad fundamental de las proporciones})$$

$$x = \frac{30}{3}$$

$$x = 10$$

Para obtener un extremo de una proporción ordinaria se multiplican los medios y se los divide por el otro extremo.

Cálculo de un medio: Dada la siguiente proporción, calcular el medio desconocido:

$$\frac{14}{x} = \frac{7}{2} \quad ; \quad x \cdot 7 = 14 \cdot 2 \quad ; \quad x = \frac{14 \cdot 2}{7} \quad ; \quad x = \frac{28}{7} \quad ; \quad x = 4$$

Un término medio de una proporción ordinaria es igual al producto de los extremos dividido por el otro medio.

 Actividad:

1) Calcula el valor de x

$$a) \frac{2}{5} = \frac{8}{x} \quad b) \frac{-1}{5} = \frac{7}{\frac{x}{2}} \quad c) \frac{12}{x} = \frac{x}{3}$$

2) Resuelve los siguientes problemas aplicando propiedades:

a) Halla dos números sabiendo que su suma es -10 y que su razón es  $\frac{1}{4}$

b) Calcula dos números tales que su diferencia es 9 y su razón  $\frac{11}{8}$

**SERIES DE RAZONES IGUALES**

Se llama serie de razones iguales a la igualdad de dos o más razones.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{m}{n} \quad \text{Es una serie de razones iguales.}$$

$$\frac{2}{3} = \frac{4}{6} = \frac{6}{9} = \frac{8}{12} \quad \text{Es una serie de razones numéricas}$$

**PROPIEDAD:** En toda serie de razones iguales la suma de los antecedentes es a la suma de los consecuentes como un antecedente cualquiera es a su consecuente.

En la serie  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{m}{n}$  de razones iguales se verifica que :  $\frac{a+c+m}{b+d+n} = \frac{a}{b}$

**Ejemplo:**

En la serie numérica de razones iguales.

$$\frac{1}{3} = \frac{2}{6} = \frac{3}{9} = \frac{4}{12}$$

Se verifica que

$$\text{En efecto } \frac{1+2+3+4}{3+6+9+12} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{1+2+3+4}{3+6+9+12} = \frac{10}{30} = \frac{1}{3}$$

 Actividad: Halla los valores de **a**, **b** y **c**

$$\text{si } \frac{a}{4} = \frac{b}{10} = \frac{c}{6} \quad \text{y} \quad a+b+c = 25$$



(CORRESPONDE AHORA REALIZAR LA ACTIVIDAD)

**MATEMÁTICA II – 2do año D (CICLO BÁSICO) – Escuela de Minas "Dr. H. Carrillo"**

Queridos alumnos de 2do D:

Ante todo saludarlos a la espera que se encuentren todos bien al igual que sus familias.

El material teórico y la actividad que se envía corresponden a Razones y Proporciones.

Si es necesario pueden usar material bibliográfico, como también videos. Para ello les dejo algunos links.

Saludos cordiales, Prof. Ruiz

<https://www.youtube.com/watch?v=pGWF7tbHx9k>

<https://jaqueenmates.wordpress.com/2017/04/23/diferencias-entre-una-fraccion-y-una-razon/>

<https://www.youtube.com/watch?v=0jUM-p1QyOE>

[https://www.youtube.com/watch?v=jboHWe4\\_6D8](https://www.youtube.com/watch?v=jboHWe4_6D8)

[https://www.youtube.com/watch?v=B3\\_-](https://www.youtube.com/watch?v=B3_-MhYEkEk&list=PLeySRPnY35dFMDdrmFcPT6zDKXADrjiVd&index=4&t=0s)

[MhYEkEk&list=PLeySRPnY35dFMDdrmFcPT6zDKXADrjiVd&index=4&t=0s](https://www.youtube.com/watch?v=B3_-MhYEkEk&list=PLeySRPnY35dFMDdrmFcPT6zDKXADrjiVd&index=4&t=0s)

**ACTIVIDAD: RAZÓN Y PROPORCIÓN****1) Halla la razón entre:**

a) 121 y 11    b)  $-0.25$  y  $0.5$     c)  $0.2\bar{7}$  y  $0.\bar{3}$

**2) Forma las proporciones posibles con los siguientes números:**

a) 18 ; -9 ; -12 ; 6    b)  $-\frac{4}{2}$  ;  $\frac{1}{5}$  ; 16 ; -4    c)  $0.\bar{3}$  ; 7 ; 7 ; 147    d)  $0,5a$  ;  $a$  ;  $0,2b$  ;  $0,4b$

**3) Identifica las proporciones y clasificalas en ordinarias y continuas:**

a)  $\frac{1}{7} = \frac{8}{54}$     b)  $\frac{2}{5} = \frac{10}{25}$     c)  $\frac{1}{7} = \frac{7}{49}$     d)  $\frac{5}{15} = \frac{15}{5}$

**4) Calcula el valor de la incógnita:**

a)  $\frac{x}{-\frac{5}{4}} = \frac{\frac{2}{3}}{\frac{1}{12}}$

e)  $\frac{x}{\frac{3}{2} + \frac{1}{4}} = \frac{\frac{4}{3}}{1 + \frac{1}{12}}$

b)  $\frac{2 + \frac{1}{2}}{\frac{1}{2}} = \frac{1}{y}$

f)  $\frac{0,3 - 0,2}{\sqrt[3]{1 + \frac{7}{8}}} = \frac{x}{0,2}$

c)  $\frac{-2 + \frac{1}{3}}{\sqrt{\frac{1}{4}}} = \frac{\frac{1}{3} - \frac{1}{5}}{t}$

g)  $\frac{(4)^{-1} + (5)^{-1}}{h} = \frac{0,\bar{2} : 0,\bar{3}}{-\frac{2}{3} - 1}$

d)  $\frac{x}{1 + \frac{1}{2}} = \frac{4 + \frac{1}{2}}{\left(\frac{3}{2}\right)^2}$

h)  $\frac{4x}{\left(1 - \frac{1}{2}\right)^{-1}} = \frac{\left(3 - \frac{1}{2}\right)^{-1}}{\sqrt[5]{-32 \cdot (-2)^0}}$

**5) Resuelve los siguientes problemas aplicando propiedades:**

a) La diferencia entre el dinero que tiene Juan y el que tiene Gustavo es de \$400. La cantidad de dinero de Juan es a la de Gustavo como 9 es a 7 ¿Cuánto dinero tiene cada uno?

b) La suma entre dos números es igual a 10,5 y la razón entre ellos es  $\frac{1}{2}$ . ¿Cuáles son esos números?

c) La diferencia entre dos números es -3 y la razón es igual a 0.4 ¿Cuáles son los números?

d) La diferencia entre dos números es -30 y la razón es igual a 0.25 ¿Cuáles son los números?

e) El anterior de un número es a su consecutivo como 5 es a 6 ¿Cuál es el número?