FUNCIONES

Recordemos que se llama función a toda relación entre dos conjuntos A y B tal que a cada elemento del conjunto A le corresponde uno y solo uno del conjunto B.

Simbólicamente :

$f : A \rightarrow B$ *es función de A en B* $\leftrightarrow$ **Para todo x ε A ∃ y ε B / y=f(x)**

Al conjunto A se lo denomina DOMINIO de la función y a él pertenecen todos los valores posibles de la variable **x (variable independiente)**

Al conjunto B se lo denomina CODOMINIO de la función y en general son todos los números Reales

La **IMAGEN** de la función es un conjunto incluido en el conjunto B (CODOMINIO), cuya preimagen pertenece al DOMINIO, y a ella pertenecen todos los valores correspondientes que toma la variable **y (variable dependiente)**

Simbólicamente

y= f(x) (y está en función de x)

Como hallar el conjunto Dominio de una función?

Dijimos que el dominio de la función está formado por todos los valores que puede tomar la variable x . Entonces en una función numérica, los valores “a priori” que puede tomar la variable x son todos los números reales.

Esto es verdadero, por ejemplo, para las funciones polinómicas, ya que las operaciones que en ellas se realizan son de suma, resta, multiplicación y potencia y todas ellas gozan de la propiedad de clausura en R. Es decir que se pueden efectuar esas operaciones entre números reales y siempre se obtendrá otro número real.

Ej $f(x) = 4x^3 - 2x^2$

Si hacemos una tabla de valores, podemos asignarle a x infinitos valores distintos y siempre obtendremos el valor correspondiente de la función

X	0	1	2	-1	-2
F(x)	0	2	24	-6	-40

En cambio, en otras funciones habrá que analizar cuales operaciones son factibles de realizar y cuales no para determinar que valores no corresponden al dominio.

Por ejemplo en las funciones racionales, tendremos que sacar aquellos valores de x que anulen el denominador , porque como sabemos no es posible la división por cero. En funciones irracionales cuadráticas apartaremos todos los valores de x para los cuales el radicando resulte negativo , puesto que no es posible calcular raíces negativas de índice par.

Algo parecido sucederá con los logaritmos que no admiten números negativos, entonces los valores de x que hagan que el argumento del log sea menor que cero, tampoco podrán formar parte del dominio.

Aquí les muestro algunos ejemplos

a) $f(x) = \frac{3x}{2x-4}$

Como tiene denominador se deberá averiguar que valor de x anula el denominador:

2x-4 es igual a 0 cuando x vale 2 , ya que 2.2-4= 0 . Entonces el dominio de la función es:

Dom f(x)= R - $\{2\}$ **. Se lee** “dominio de la función son todos los números reales menos el conjunto formado por el número 2 (conjunto unitario)

b) $f(x) = \sqrt{x-8}$

En este caso $x - 8 \geq 0$ **(pues si fuera menor que 0 no tiene solución en R)**

Por lo que $x \geq 8$ **.** Entonces el dominio de la función es

Dom f(x) $\left\{ \frac{x}{x} \geq 8 \right\}$ **Se lee** dominio de la función son todos los valores de x , tales que ellos sean mayores o iguales a 8

Contraejemplo :

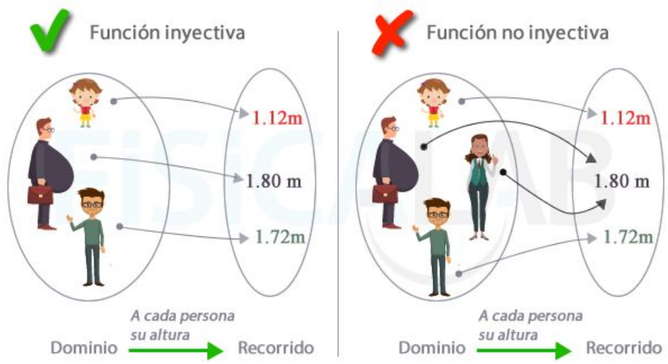
Si el valor de x fuera menor a 8, por ejemplo 7, entonces

$\sqrt{7-8} = \sqrt{-1} = No\ tiene\ solución\ en\ R$

CLASIFICACIÓN DE FUNCIONES

Una función es **inyectiva** si y solo sí a elementos distintos del dominio le corresponden imágenes distintas en el codominio.

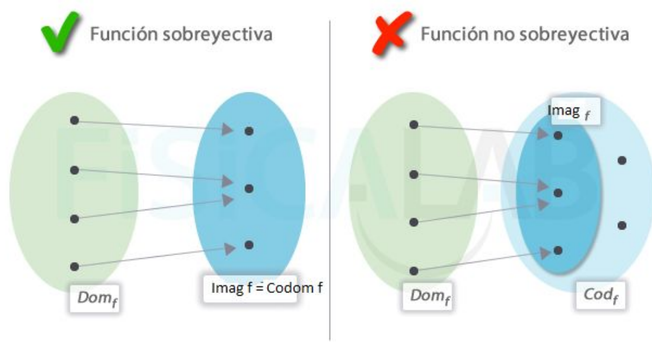
$$\nabla x \in A : x_1 \, \forall x \varepsilon A : x_1 \neq x \Leftrightarrow f(x_1) \neq f(x_2)$$



[1]

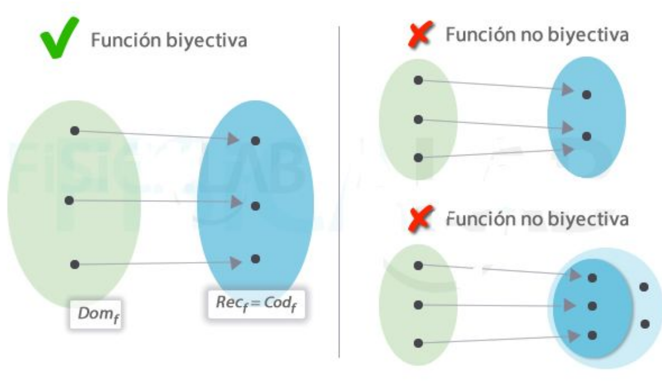
Una función es **suryectiva** si y solo si a todo elemento del codominio le corresponde una preimagen en el dominio, o lo que es lo mismo el codominio es igual a la imagen.

$$\forall y \, \varepsilon \, B : \exists \, x \, \varepsilon \, A / y = f(x)$$



[2]

Una función es **biyectiva** cuando es simultáneamente inyectiva y suryectiva.



Función Inversa

---

[1] Imagen extraída de https://www.fisicalab.com/apartado/f-inyectiva-sobreyectiva-biyectiva
[2] Extraída de www.fisicalab.com/apartado/f-inyectiva-sobreyectiva-biyectiva

FUNCION INVERSA

Las función inversa f_x^{-1} solo existe si f(x) es una función biyectiva.

Para hallarla se despeja la variable x y en la ecuación encontrada se sustituye la letra x por la y y viceversa.

Ejemplo: f (x) = $y = x^3 + 4$

$y = x^3 + 4$

$x = \sqrt[3]{y-4}$ en esta expresión se intercambian las letras, entonces

$f_x^{-1} = y = \sqrt[3]{x-4}$

FUNCIONES PARES E IMPARES

Existen condiciones de simetría ue facilitan la representación gráfica de algunas funciones

FUNCIÓN PAR:

Son aquellas cuya gráfica es simétrica con respecto al eje de ordenadas. En consecuencia, en ellas se cumple que:

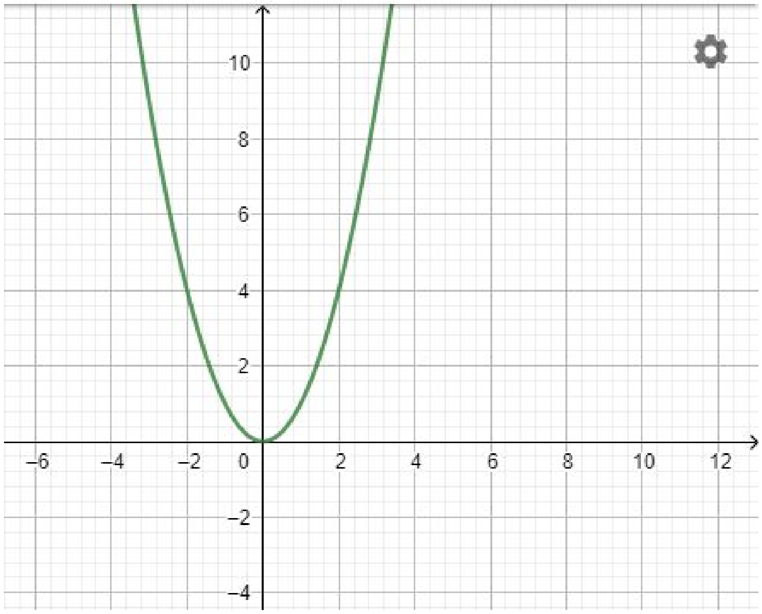
f(x) es par ⇔ f(x) = f(-x)

Ejemplo:

f(x) = x²

f(-x)= (-x)² = x² como se puede observar f(x) = f(-x) en consecuencia se trata de una función PAR

Si se grafica la función , se observa que es simétrica con respecto al eje de ordenadas:



FUNCION IMPAR:

Son aquellas cuya gráfica es simétrica con respecto al origen de coordenadas, en ellas se cumple que:

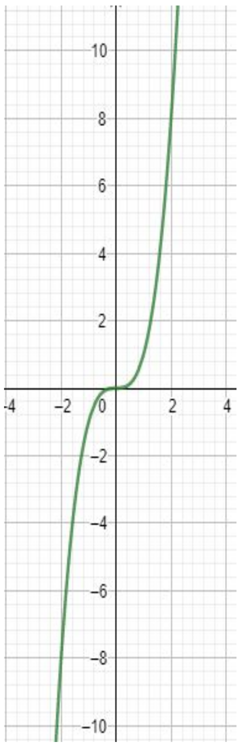
f(x) es impar ⇔ -f(x) = f(-x)

$f(x) = x^3$

$f(-x)= (-x)^3 = -x^3$ como se puede observar $f(x) \neq f(-x)$ en consecuencia NO se trata de una función par, PERO

$-f(x) =- x^3$ y $f(-x)= -x^3$ como se puede observar $-f(x) = f(-x)$ en consecuencia la función es IMPAR

Si se grafica la función , se observa que es simétrica con respecto al centro de coordenadas:



CRECIMIENTO Y DECRECIMIENTO DE UNA FUNCIÓN

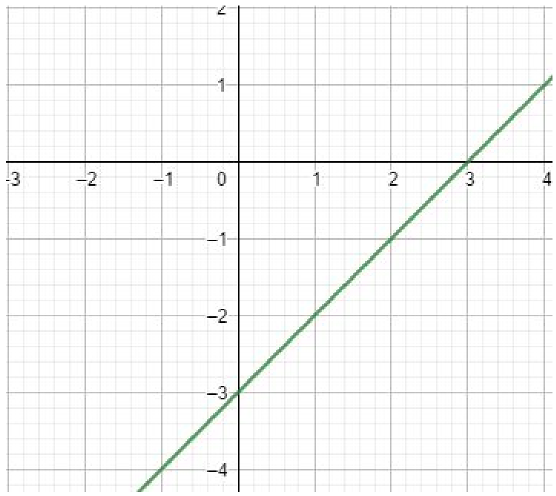
Una función f(x) es creciente en un cierto intervalo de su dominio, cuando al aumentar los valores que adopta la variable, también aumentan los valores de sus imágenes:

f(x) es creciente $\leftrightarrow x_2 > x_1 \Rightarrow f(x)_2 > f(x)_1$

Ejemplo:

f(x)= x-3 es creciente ya que tomando los valores $x_{2=}3 > x_1 = 1 \Rightarrow f(3) = 0 > f(1) =- 2$

Realizando la gráfica correspondiente



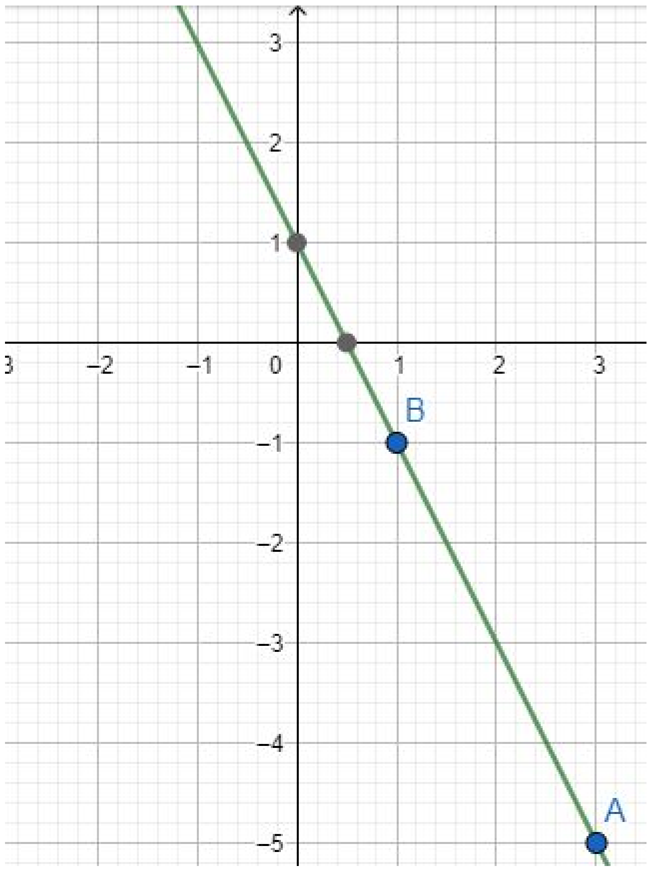
Una función f(x) es decreciente en un cierto intervalo de su dominio, cuando al aumentar los valores que adopta la variable, los valores de sus imágenes, disminuyen

f(x) es decreciente $\leftrightarrow x_2 > x_1 \Rightarrow f(x)_2 < f(x)_1$

Ejemplo:

f(x)= -2x+1 es decreciente $\leftrightarrow x_2 = 3 > x_1 = 1 \Rightarrow f(3) = -5 < f(1) = -1$

Gráficamente:



3
2
1
0
−1
−2
−3
−4
−5
−2
−1
1
2
3
B
A