ECUACIONES TRIGONOMÉTRICAS

Una ecuación trigonométrica es una igualdad en la que intervienen, en uno o ambos miembros, funciones trigonométricas cuyo argumento es la incógnita que verifica dicha igualdad.

Pueden estar formada por una sola función trigonométrica (ecuación simple) o por varias funciones trigonométricas (ecuación compuesta).

Ejemplos

a.- $\cos x = 1$

$x = \arccos 1$

$x = 0$, también es verdadera la solución $x = 360$ o $x = k \cdot 360$ o sea que se verifica para un número infinito de valores de x , y esto es porque la función coseno es una función periódica.

b.- $2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha = \sin \alpha$

$4 \sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \alpha = \sin^2 \alpha$

$4 \sin^2 \alpha \cdot \sin^2 \alpha = \sin^2 \alpha$

$4 \sin^2 \alpha \cdot 4 \sin^4 \alpha - \sin^2 \alpha = 0$

$3 \sin^2 \alpha + 4 \sin^4 \alpha = 0$ esta es una ecuación bicuadrada en donde si hacemos $\sin \alpha = t$, obtenemos:

$t^2 - t^4 = 0$

$t_1, t_2 = \frac{-3 \pm \sqrt{9 - 4(-4) \cdot 0}}{2 \cdot 1} =$

$t_1 = 0$; $t_2 = 0,86$; $t_3 = -0,866$ Pero $t = \sin \alpha$, entonces las posibilidades son $\sin \alpha = \sin \alpha$

APLICACIONES DE LAS DERIVADAS A LA FISICA

Concepto de velocidad:

Si un cuerpo se mueve describiendo una trayectoria rectilínea de modo que los espacios recorridos resultan proporcionales a los tiempos, ese movimiento es uniforme. En ese caso la velocidad es igual al cociente entre el espacio y el tiempo.

Si ese cociente en cambio no es constante, estamos en presencia de un movimiento variado.

Ejemplos : Caída libre, tiro vertical, movimiento uniformemente acelerado, etc.

Velocidad Media: En un intervalo (e_1, e_2) , se define velocidad media como el cociente entre la variación de espacio y variación del tiempo.

$$vm = \frac{e_2 - e_1}{t_2 - t_1}$$

Velocidad instantánea

La velocidad instantánea es el límite de la velocidad media cuando Δt tiende a cero, es decir, la derivada del espacio respecto al tiempo.

$$v(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta e}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{f(t + \Delta t) - f(t)}{\Delta t} = e'(t)$$

Aceleración instantánea

La aceleración instantánea es la derivada de la velocidad respecto al tiempo

$$a = v'(t)$$

Por tanto, la aceleración es la derivada segunda del espacio respecto al tiempo.

$$a = e''(t)$$

Situación 1:

Un cuerpo es arrojado hacia abajo con una velocidad de 30m/seg. La ecuación del espacio recorrido es

$$s = 30t + 5t^2 . \text{ Determinar su velocidad en el tiempo } t = 2 \text{ seg}$$

$$s' = 30 + 10t \text{ (derivada del espacio= velocidad)}$$

$$s' = 30 + 10 \cdot 2 \text{ en el tiempo } T = 2 \text{ seg}$$

$$s' = 50 \text{ es decir que la velocidad a los dos segundos es igual a } 50 \text{ m/seg}$$

Situación 2:

Un cuerpo recorre en línea recta una distancia en s según la ley

$$s = \frac{1}{3}t^3 - 16t . \text{ Determinar su aceleración en el punto en el cual su velocidad se anula}$$

$s' = \frac{3}{3}t^2 - 16 = 0$ Igualamos a 0 la ecuación de la velocidad puesto que el enunciado así lo establece.

$s' = \frac{3}{3}t^2 - 16 = 0$ Si resolvemos esta ecuación cuadrática, los valores para los cuales la velocidad se anula son: $t= 2$ y $t=-2$, La segunda raíz la descartamos pues el tiempo no puede ser negativo. En consecuencia, ahora necesitamos calcular la aceleración en el tiempo $t= 2$ seg,

$s'' = 2t$ esta ecuación es la segunda derivada del espacio, es decir que corresponde a la aceleración, en el tiempo 2seg:

$$s'' = 2t = 2 \cdot 2 = 4 \text{ m/seg}^2$$

ESCUELA DE MINAS