

# Proporcionalidad geométrica

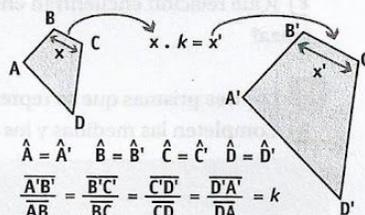
## Figuras semejantes

**Y** RECORDAR

Dos figuras son *semejantes* cuando tienen la misma forma.

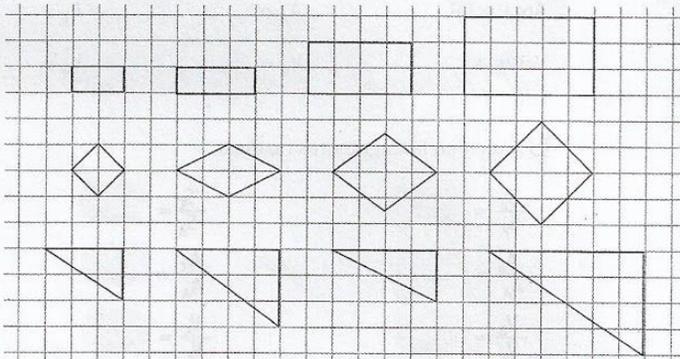
Si nos referimos a figuras geométricas, esto ocurre cuando los ángulos *homólogos* son iguales y los segmentos *homólogos* son proporcionales.

Cada longitud en una de las figuras se obtiene multiplicando la correspondiente longitud en la otra por un número determinado, el mismo en todos los casos, llamado *razón de semejanza*.



$ABCD \sim A'B'C'D'$  se lee:  
 $ABCD$  es semejante a  $A'B'C'D'$

**12** Descubran pares de figuras semejantes entre las siguientes.



**13** Los tres rectángulos que se representaron en las figuras son semejantes.

a) Completen las medidas y los datos que faltan.

	A		B		C	
Perímetro	$P_A =$		$P_B =$		$P_C =$	
Área	$A_A =$		$A_B =$		$A_C =$	

b) Calculen las siguientes razones.

$$\frac{P_B}{P_A} = \dots$$

$$\frac{P_C}{P_A} = \dots$$

$$\frac{P_C}{P_B} = \dots$$

$$\frac{A_B}{A_A} = \dots$$

$$\frac{A_C}{A_A} = \dots$$

$$\frac{A_C}{A_B} = \dots$$

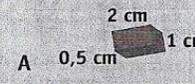
c) Observen los resultados que obtuvieron y enuncien alguna conclusión.

14 Juan dibujó un rectángulo de 4 cm de ancho por 6 cm de largo. Mariela dibujó otro más grande, semejante al de Juan.

- a) ¿Qué medidas tiene el rectángulo que dibujó Mariela, si la razón de semejanza entre ambos es  $\frac{5}{2}$ ?
- b) ¿Qué relación encuentran entre la razón entre los perímetros de los rectángulos y la razón de semejanza?
- c) ¿Qué relación encuentran entre la razón entre las áreas de los rectángulos y la razón de semejanza?

15 Los tres prismas que se representaron en las figuras son semejantes.

a) Completen las medidas y los datos que faltan.

			
Suma de las aristas	$S_A =$	$S_B =$	$S_C =$
Área total	$A_A =$	$A_B =$	$A_C =$
Volumen	$V_A =$	$V_B =$	$V_C =$

b) Calculen las siguientes razones.

$$\frac{S_B}{S_A} = \dots$$

$$\frac{S_C}{S_A} = \dots$$

$$\frac{S_C}{S_B} = \dots$$

$$\frac{A_B}{A_A} = \dots$$

$$\frac{A_C}{A_A} = \dots$$

$$\frac{A_C}{A_B} = \dots$$

$$\frac{V_B}{V_A} = \dots$$

$$\frac{V_C}{V_A} = \dots$$

$$\frac{V_C}{V_B} = \dots$$

c) Observen los resultados que obtuvieron. ¿Qué relación existe entre la razón entre los volúmenes y la razón entre las sumas de las aristas (perímetros)?

.....

16 Dos prismas de base cuadrada son semejantes y la razón entre sus volúmenes es  $\frac{27}{8}$ .

a) Las aristas del mayor miden 120 cm y 90 cm. ¿Cuáles son las medidas de las aristas del otro?

.....

b) ¿Cuál es la razón de semejanza?

.....

c) ¿Cuál es la razón entre las superficies de las caras cuadradas?

.....

## Figuras homotéticas



OBSERVAR

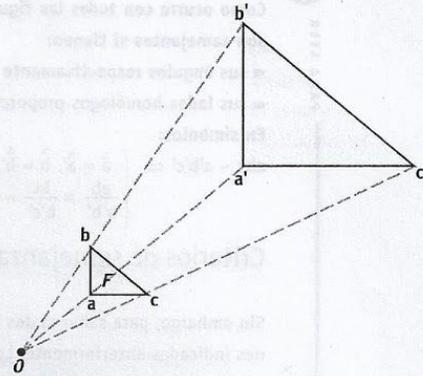
PARA

Un método para ampliar o reducir figuras es el *método de la proyección*.

Por ejemplo, para ampliar la figura  $F$  al triple de su perímetro podemos hacer así:

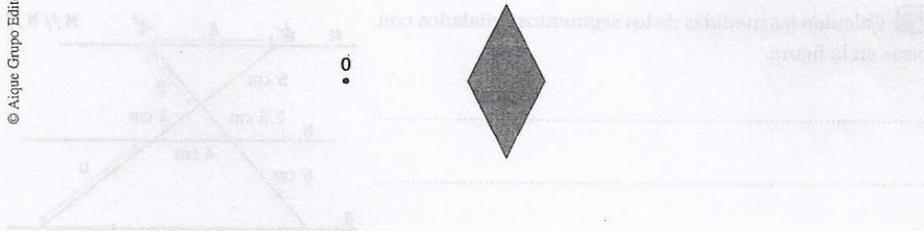
- tomamos un punto  $O$  cualquiera;
- trazamos rectas que pasen por  $O$  y por los vértices de la figura;
- marcamos sobre las rectas una distancia igual al triple de la distancia entre el punto  $O$  y los vértices, y así obtenemos los vértices de la figura ampliada.

La transformación que aplicamos se llama *homotecia*, y las figuras así obtenidas se llaman *homotéticas*.

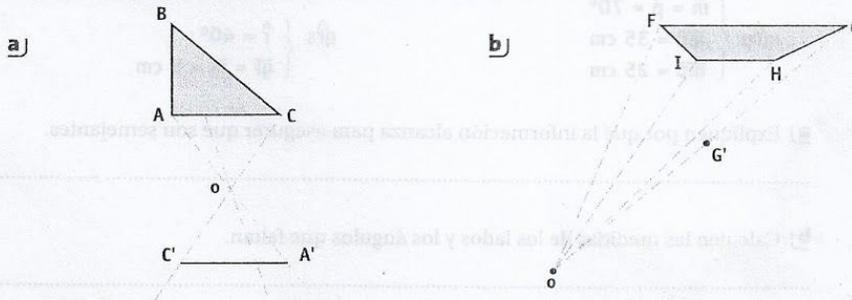


- 17 Obtengan una ampliación al doble de su perímetro y una reducción a la mitad de su perímetro del cuadrilátero de la figura mediante una proyección respecto del punto  $O$ .

© Aique Grupo Editor S.A. Prohibida su reproducción.



- 18 En las figuras pueden observar proyecciones incompletas. Completen los dibujos de modo que las figuras obtenidas resulten homotéticas con las originales.



# Teorema de Thales

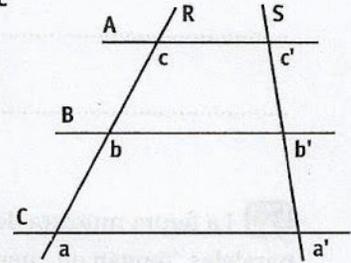
**Y**

RECORDAR

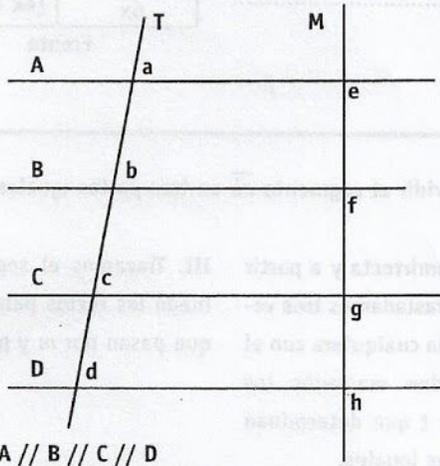
Cuando tres o más rectas paralelas son cortadas por dos rectas transversales, los segmentos determinados en una de las transversales son proporcionales a sus correspondientes en la otra.

$A // B // C$

$$\frac{\overline{ab}}{\overline{bc}} = \frac{\overline{a'b'}}{\overline{b'c'}}$$



**33** Observen la figura y completen las proporciones.



$$\frac{\overline{ab}}{\overline{bc}} = \frac{\text{.....}}{\text{.....}}$$

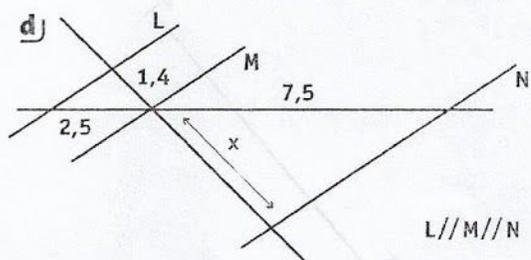
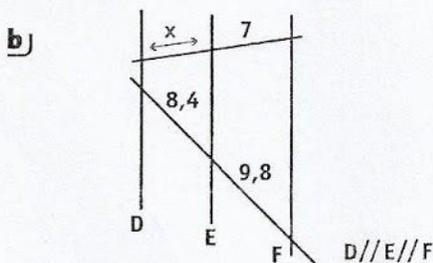
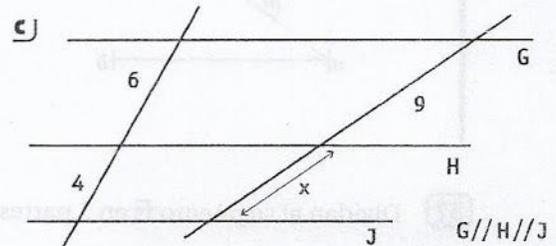
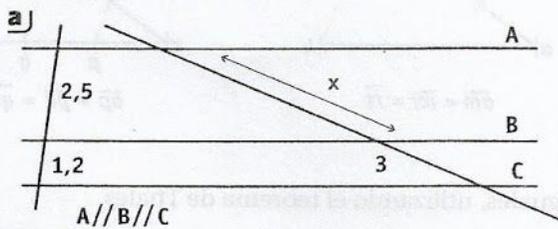
$$\frac{\overline{ef}}{\overline{eh}} = \frac{\text{.....}}{\text{.....}}$$

$$\frac{\overline{dc}}{\text{.....}} = \frac{\text{.....}}{\overline{he}}$$

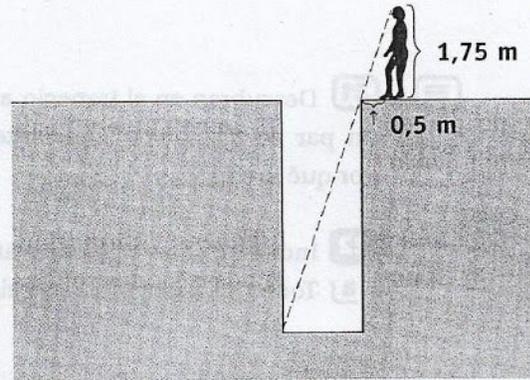
$$\frac{\overline{fg}}{\overline{eh}} = \frac{\text{.....}}{\text{.....}}$$

**34**

En las siguientes figuras, todas las medidas están expresadas en cm. Calculen la medida de  $x$  en cada caso.



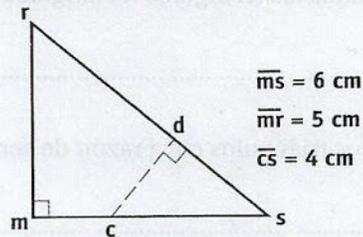
**26** Averigüen cuál es la profundidad del pozo. Se sabe que su "ancho" es de 1,6 m y que la altura de la persona es de 1,75 m.



.....  
 .....  
 .....

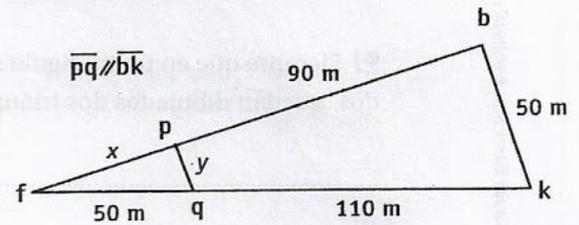
**27** Los lados del  $\triangle abc$  miden 3 cm, 4 cm y 5 cm. Se construye el  $\triangle fgh$ , semejante al anterior, cuyo lado mayor mide 20 cm.

- a) ¿Cuál es la razón de semejanza?
- b) El  $\triangle abc$  es rectángulo. ¿Pueden asegurar que el segundo también lo será? ¿Por qué?
- c) Calculen el perímetro y el área del  $\triangle fgh$ .



**28** Expliquen por qué se puede asegurar que los triángulos  $\triangle mrs$  y  $\triangle cds$  son semejantes, y calculen las medidas de los lados que faltan.

**29** Calculen la medida de  $x$  y de  $y$ .

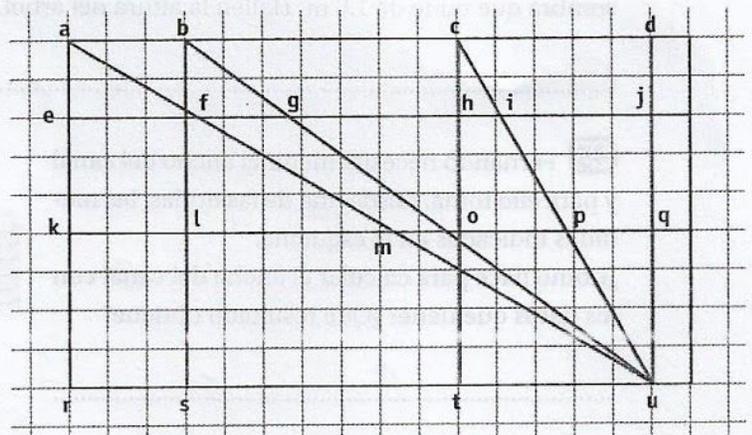


.....  
 .....

**30** Ana dice que todo par de triángulos que tienen sus lados respectivamente paralelos son semejantes. ¿Esta afirmación es verdadera o falsa? Justifiquen la respuesta.

**31** En un triángulo equilátero  $\triangle mrs$  se marcan los puntos medios de sus lados de modo tal que al unirlos queda dibujado el  $\triangle edt$ . ¿Este último será también equilátero? ¿Por qué?

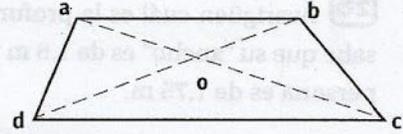
**32** Encuentren en la figura y nombren tres pares de triángulos que sean semejantes y tres pares que no lo sean.



.....  
 .....  
 .....  
 .....



**21** Descubran en el trapecio **abcd** de la figura un par de triángulos semejantes y justifiquen por qué lo son.



**22** Indiquen si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas y expliquen por qué.

**a)** Todos los triángulos isósceles son semejantes.

.....

**b)** Todos los triángulos equiláteros son semejantes.

.....

**c)** Todos los triángulos rectángulos son semejantes.

.....

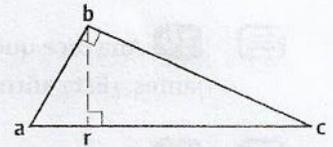
**d)** Dos triángulos cuya razón de semejanza sea 1 son iguales.

.....

**e)** Siempre que en un triángulo se traza una recta paralela a uno de los lados que corta a los otros dos, quedan dibujados dos triángulos semejantes.

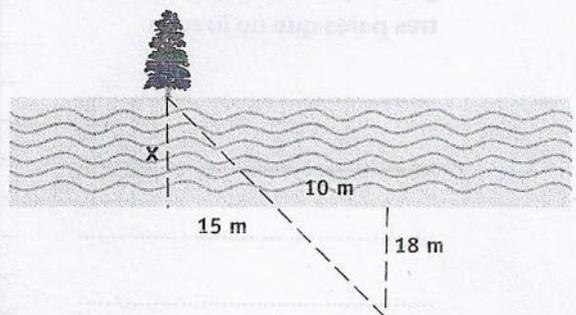
.....

**23** Manuel dice que los triángulos rectángulos **abc**, **abr** y **bcr** son semejantes. ¿Ustedes qué opinan? Justifiquen la respuesta.



**24** Un árbol proyecta una sombra de 12 m a la misma hora en que una vara de 1 m proyecta una sombra que mide de 1,6 m. Hallen la altura del árbol.

**25** Fernando necesita medir el ancho del canal y para ello toma, desde una de las orillas, las medidas indicadas en el esquema. ¿Cómo hace para calcular el ancho del canal con los datos que tiene? ¿Qué resultado obtiene?



# Semejanza de triángulos



RECORDAR

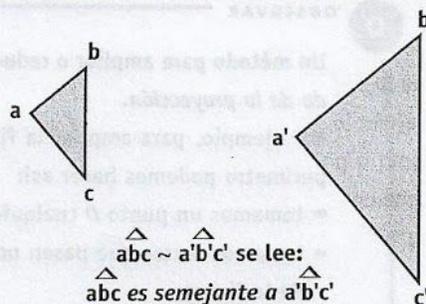
PARA LEER

Como ocurre con todas las figuras, dos triángulos son semejantes si tienen:

- sus ángulos respectivamente iguales;
- sus lados homólogos proporcionales.

En símbolos:

$$abc \sim a'b'c' \Leftrightarrow \begin{cases} \hat{a} = \hat{a}', \hat{b} = \hat{b}', \hat{c} = \hat{c}' \\ \frac{ab}{a'b'} = \frac{bc}{b'c'} = \frac{ac}{c'a'} \end{cases}$$



## Criterios de semejanza de triángulos

Sin embargo, para saber si dos triángulos son semejantes, no es necesario comprobar todas las condiciones indicadas anteriormente. Los *criterios de semejanza* son conjuntos de condiciones mínimas tales que, si sabemos que se cumplen, podremos asegurar que los triángulos son semejantes, y utilizar esta información para calcular otras medidas desconocidas en las figuras.

Los siguientes son algunos de los criterios de semejanza de triángulos.

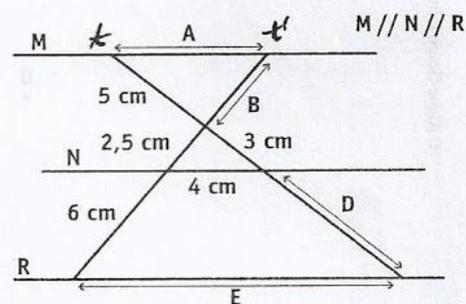
- Dos ángulos iguales.
- Tres lados proporcionales.
- Dos lados homólogos proporcionales y el ángulo comprendido entre ellos igual.

19) Calculen las medidas de los segmentos señalados con letras en la figura.

.....

.....

.....



20) Consideren los triángulos  $\hat{m}\hat{n}\hat{p}$  y  $\hat{q}\hat{r}\hat{s}$ , con los siguientes datos.

$$\hat{m}\hat{n}\hat{p} \begin{cases} \hat{m} = \hat{p} = 70^\circ \\ \overline{mn} = 35 \text{ cm} \\ \overline{mp} = 25 \text{ cm} \end{cases}$$

$$\hat{q}\hat{r}\hat{s} \begin{cases} \hat{r} = 40^\circ \\ \overline{qr} = \overline{rs} = 5 \text{ cm} \end{cases}$$

a) Expliquen por qué la información alcanza para asegurar que son semejantes.

.....

b) Calculen las medidas de los lados y los ángulos que faltan.

.....