Magnitudes escalares y vectoriales

En el estudio de la Física se utilizan cantidades físicas que pueden clasificarse en **escalares** y **vectoriales.**

A continuación aclararás tales conceptos:

1. Si una persona se desplaza 50 metros desde un punto de partida, ¿se podrá establecer dónde está? ¿Por qué?

2. ¿Es posible que la persona habiendo caminado los 50 metros se encuentre en la posición inicial? ¿Por qué?

3. Para establecer dónde se encuentra la persona después de caminar los 50 metros, ¿qué información se requiere?

4. Si te dicen que la persona caminó los 50 metros sobre una recta que forma un ángulo de 20° con la aguja de una brújula que marca la dirección norte-sur, ¿podrías saber la posición de la persona? ¿Por qué? (Ver figura 2.1).

Para establecer dónde se encuentra la persona, la información dada no es suficiente; es necesario además, establecer un sentido.

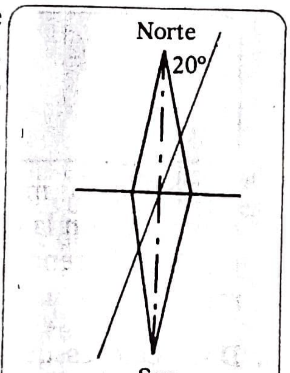


Fig. 2.1

Este tipo de magnitudes donde tenemos que especificar además de su valor numérico, la dirección y el sentido, reciben el nombre de magnitudes vectoriales o vectores.

- Define con tus palabras que es una magnitud vectorial. Cita un ejemplo.

5. Si te dicen que la masa de un cuerpo es de 30 kg, ¿es necesario establecer en qué dirección y sentido está dirigida esa cantidad física? ¿Por qué?

6. El precio de un artículo, ¿queda determinado al conocer su valor numérico y su correspondiente unidad? ¿O se necesita dar una dirección y un sentido?

Las cantidades que tienen la propiedad de quedar suficientemente determinadas al conocer su valor numérico y su correspondiente unidad, reciben el nombre de magnitudes escalares.

- Define con tus palabras que es una magnitud escalar. Aclara con un ejemplo.

7. Establece las características de las siguientes cantidades físicas y clasifícalas según sean vectoriales o escalares: Tiempo, Masa, Velocidad, Fuerza, Peso, Desplazamiento, Temperatura, Volumen y Longitud.

8. **Tratamiento matemático**
El tratamiento matemático de los vectores es muy diferente al de los escalares. A continuación enunciamos algunas situaciones para que las analices y puedas adquirir la forma como se operan los vectores y escalares.
Vectores
Si decimos que la distancia entre Bogotá y Cali es de 322 kilómetros, y que entre Cali y Medellín hay 358 km, ¿Podemos suponer que la distancia que separa a Bogotá de Medellín es 322 km + 358 km = 680 km? ¿Por qué? (figura 2.2).

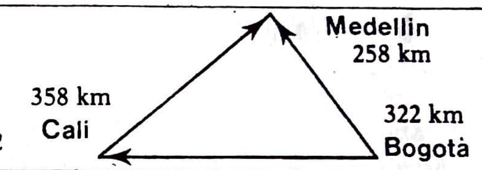


Fig. 2.2

9. Supongamos que un bote navega en altamar con una velocidad de 20 km/h y el viento sopla con una velocidad de 5 km/h. ¿Puedes afirmar cuál es la velocidad resultante del bote? ¿Por qué?
La distancia que separa a Bogotá de Medellín, ni la velocidad resultante del bote se pueden conocer, ya que no sabemos en qué dirección están las tres ciudades, ni en qué dirección está soplando el viento. Las cantidades físicas que estamos tratando son vectores y por lo tanto la forma de operarlos no está de acuerdo con las reglas comunes del álgebra. Más adelante aprenderás algunas nociones de matemática, propias de magnitudes vectoriales.

10. **Escalares**
Cuando hacemos una compra de un artículo cuyo valor es de $280.oo y pagas con un billete de $500.oo, ¿podrás saber cuánto te queda? ¿Qué operación realizaste? ¿Necesitas más información?
Si son las 2:00 p.m. y gastas tres horas en ir y volver, ¿sabrás a qué hora regresaste? ¿Qué operación realizaste? ¿Necesitas más información? Estas últimas cantidades físicas son escalares y la forma de operarlas está de acuerdo con las reglas elementales del álgebra.

Vectores y su representación

Un vector V, se representa como un segmento dirigido con origen o punto de aplicación en A y cabeza o punto terminal en B. (Fig. 2.3). En otras palabras, un vector es una flecha.

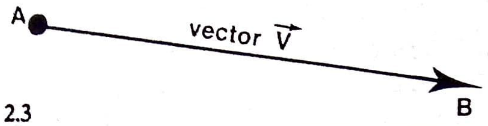


Fig. 2.3

Se acostumbra bautizar cada vector con una letra minúscula, la cual lleva una pequeña flechita encima de si: vector $\vec{v}$.

Características de un vector

Todo vector queda determinado con las siguientes características: **magnitud, dirección y sentido.**

1. **Magnitud o módulo del vector.**
   Observa la Fig. 2.4:

Fig. 2.4

La magnitud del vector $\vec{a}$ está determinada por un vector unidad $\vec{u}$.

¿Cuántas unidades u tiene el vector $\vec{a}$? Dicha longitud del segmento dirigido respecto a una unidad determinada, se le denomina **magnitud** o **módulo** del vector y se simboliza a = 6 u.

Cuando hablamos de la magnitud del vector $\vec{a}$, utilizamos la letra "a" corriente y sin flecha.

- Dibuja un vector horizontal con dirección izquierda a derecha y con una magnitud de 15 u.

2. **Dirección de un vector.**

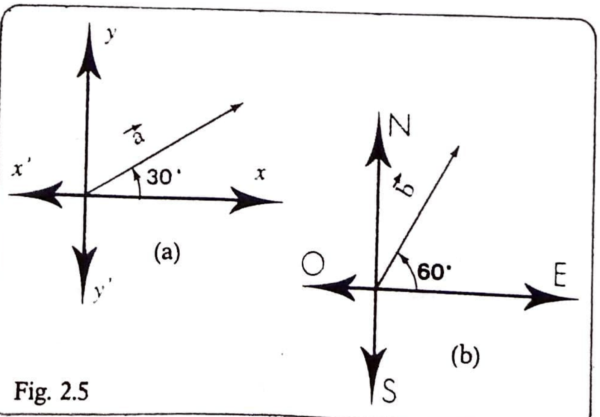


Fig. 2.5

Consigue un transportador y determina el ángulo que forma el vector $\vec{a}$ con el semieje positivo de las equis.

El vector $\vec{b}$ Fig. 2.5(b) forma un ángulo de 60° al norte del este.
¿Qué ángulo forma el mismo vector al este del norte?

3. Por convenio, en este libro determinaremos la dirección de un vector, con el ángulo que forma con el semieje positivo de las x del sistema de coordenadas cartesianas, o con la dirección respecto a los puntos cardinales cuando se trata de un plano geográfico.

Se llama dirección de un vector, a la dirección de la recta que lo contiene.

Dibuja un vector en un plano cartesiano y determina su dirección.

4. **Sentido de un vector.**

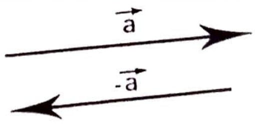


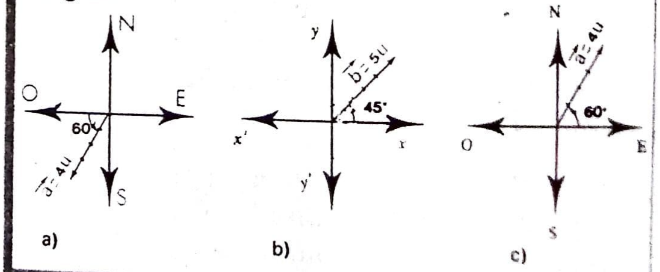
Fig. 2.6

- ¿Tienen la misma dirección los vectores mostrados en la figura 2.6 ? ¿Por qué?
- ¿Qué diferencia encuentras entre los vectores $\vec{a}$ y $-\vec{a}$?

5. Dos vectores que tienen la misma dirección pueden tener igual o diferente sentido, dependiendo de los signos positivo (+) o negativo (–) que se le asigne a cada vector. Si al vector $\vec{a}$, se le asigna el sentido dado en la figura (2.6), el vector $-\vec{a}$, tendrá el sentido contrario.

Ejemplo
Si representamos el vector unidad con una longitud de 1 cm, dibujar los siguientes vectores:
a. $\vec{a}$ = 4u, en la dirección 60° al sur del oeste.
b. $\vec{b}$ = 5u, en la dirección 45°, respecto al semieje positivo de las *x*.
c. $-\vec{a}$.

Fig. 2.7



6. En un plano de coordenadas cartesianas representa los siguientes vectores:

a. $\vec{a}$ = 6 u, en la dirección 75° respecto al semieje negativo de las y.

b. $\vec{b}$ = 3 u, en la dirección 12° respecto al semieje negativo de las x.

c. $\vec{c}$ = 4.3 u, en la dirección 35° respecto al semieje positivo de las x.

d. $\vec{d}$ = 2.9 u, en la dirección 47° respecto al semieje positivo de las y.

e. $-\vec{a}, -\vec{b}, -\vec{c}, -\vec{d}$.

7. En un plano geográfico, representa los siguientes vectores:

a. $\vec{e}$ = 2 u, en la dirección 30° al sur del oeste.
b. $\vec{f}$ = 3.5 u, en la dirección 48° al este del norte.
c. $\vec{g}$ = 4.6 u, en la dirección 86° al norte del este.
d. $\vec{h}$ = 6 u, en la dirección 25° al oeste del norte.
e. $-\vec{e}, -\vec{f}, -\vec{g}, -\vec{h}$.

Operaciones con vectores

Definiremos a continuación tres operaciones con los vectores: el producto de un vector por un escalar, la suma y la diferencia de dos vectores.

8. **Producto de un vector por un escalar.**
Observa los siguientes vectores:

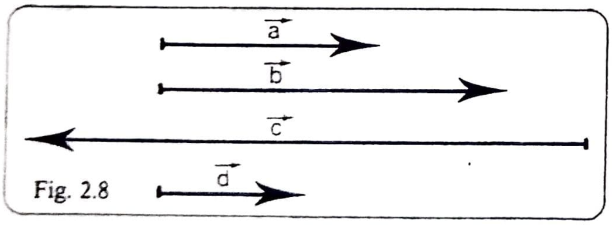


Fig. 2.8

a. Si representamos el vector unidad con una longitud de 2.5 cm, determina la longitud de cada uno de los vectores de la figura 2.8.
b. Compara la magnitud del vector $\vec{a}$, con la magnitud de los demás vectores. ¿Cuántas veces es mayor o menor cada uno de los vectores con respecto al vector $\vec{a}$?
c. Expresa cada uno de los vectores en función del vector a. Ej: $\vec{b} = \vec{2a}$.
d. ¿Tienen todos los vectores la misma dirección? ¿Por qué?
e. ¿Tienen el mismo sentido?
f. Si al vector $\vec{a}$, se le asigna el sentido dado en la figura, el vector $\vec{c}$ que tiene sentido contrario, ¿cómo se expresaría en función del vector $\vec{a}$?

Como pudiste notar, el vector $b = \vec{2a}$, el $\vec{c} = -\vec{3a}$ y el $\vec{d} = \frac{1}{2}\vec{a}$ o sea que todo vector al ser multiplicado por un escalar o número real, conserva su carácter vectorial y lo único que se altera es su magnitud si el escalar es un número positivo, y también su sentido cuando éste es un número negativo.

9. **Suma de vectores.**
A continuación vas a sumar los vectores a y b mostrados en la figura 2.9.

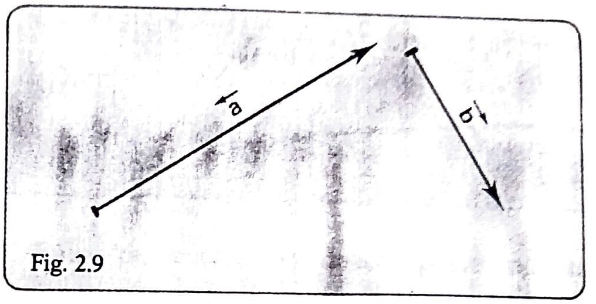


Fig. 2.9

- Desplaza uno de los vectores de tal forma, que su origen quede colocado en la cabeza o extremo del otro vector.
- Traza un nuevo vector que tenga como origen, el origen del primer vector y por cabeza, la cabeza del segundo vector. Este segundo vector corresponde al vector suma $\vec{a} + \vec{b}$:

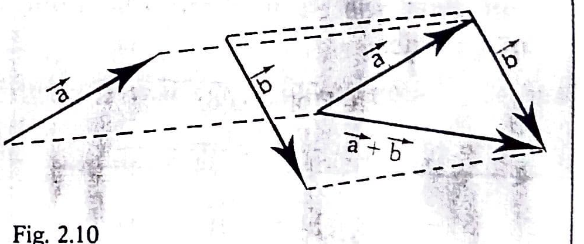


Fig. 2.10

a. ¿El resultado es el mismo si colocas el vector $\vec{a}$ contiguo al vector $\vec{b}$? Demuéstralo.

Según el procedimiento anterior, la suma de dos vectores a y b se obtiene colocando uno de los dos vectores, de tal forma que su origen o punto de aplicación quede colocado en la cabeza o punto terminal del otro vector; el vector suma $\vec{a} + \vec{b}$, es el vector que tiene por origen, el origen del primer vector y por cabeza, la cabeza del segundo vector.

Observamos que cuando sumamos dos vectores, formamos un triángulo, del cual conocemos la magnitud de dos de sus lados y desconocemos uno de ellos. El teorema de Pitágoras permite calcular este lado desconocido siempre y cuando los tres vectores formen un triángulo rectángulo.

b. Analiza el siguiente ejemplo:
Dados los vectores $\vec{a} = 8$ u, en la dirección norte y $\vec{b} = 6$ u en la dirección este, hallar la magnitud del vector $\vec{a} + \vec{b}$.

Desarrollo
Dibujamos los vectores en las direcciones dadas y colocamos el vector $\vec{b}$ contiguo a $\vec{a}$.

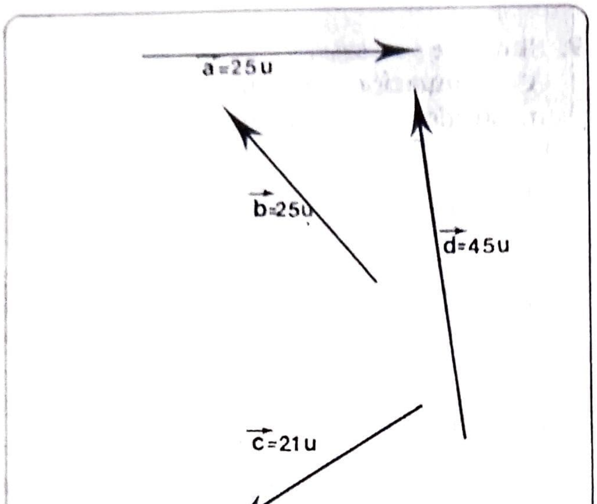


Fig. 2.11

Al aplicar el teorema de Pitágoras, tenemos:

$$|\vec{a}+\vec{b}| = \sqrt{a^2 + b^2}$$

Donde $|\vec{a}+\vec{b}|$ representa la magnitud del vector suma que es diferente a la suma de las magnitudes.

$$|\vec{a}+\vec{b}| = \sqrt{8^2 + 6^2}$$

$$|\vec{a}+\vec{b}| = \sqrt{64 + 36}$$

$$|\vec{a}+\vec{b}| = \sqrt{100} = 10$$

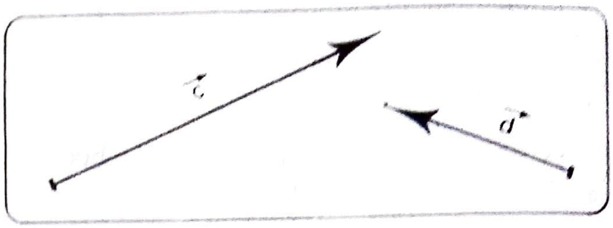
La magnitud del vector $\vec{a}+\vec{b}$ es 10 unidades. Si los vectores que deseamos sumar no son mutuamente perpendiculares, obtenemos un triángulo que no es rectángulo, lo cual nos impide aplicar el teorema de Pitágoras. Por lo tanto, esta suma la efectuaremos por el método de la descomposición rectangular de los vectores.

10. Diferencia de vectores.

La diferencia de dos vectores es un caso particular de la suma. Como todo vector $\vec{a}$ puede ser multiplicado por (-1) para obtener $-\vec{a}$, **reducimos la diferencia de dos vectores, a la suma del minuendo con el opuesto (sentido contrario) del sustraendo.**

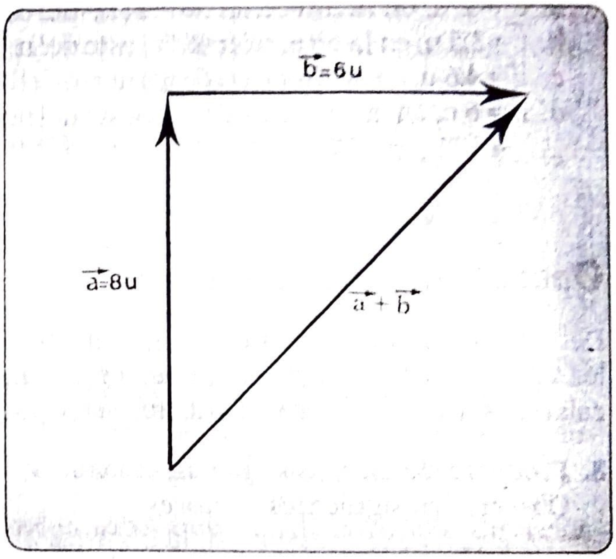
Utiliza la información anterior en la solución del siguiente ejercicio:

- Dados los vectores



- Dibuja el vector $-\vec{d}$.
- Calcula la suma $\vec{c} + (-\vec{d}) = \vec{c} - \vec{d}$.

11. Resuelve los siguientes ejercicios:
Dados los vectores



Halla gráficamente los siguientes vectores:

a. $2\vec{a}; -3\vec{b}; \frac{1}{2}\vec{d}$

b. $\vec{a}+\vec{b};\ \vec{a}+\vec{c};\ \vec{d}+\vec{d}$

c. $\vec{b}+\vec{c}; \vec{d}-\vec{c}; \vec{b}-\vec{a}$

d. $3\vec{a}-\vec{b}; 2\vec{a}+2\vec{c}; -3\vec{b}-\vec{d}$

12. Aplica el teorema de Pitágoras, para calcular la magnitud de las siguientes sumas de vectores:

a. $\vec{a}+\vec{b}$ b. $\vec{c}+\vec{d}$ c. $\vec{c}+\vec{f}$
donde:
$\vec{a} = 4$ u en dirección sur.
$\vec{b} = 5$ u en dirección este.
$\vec{c} = 7$ u; 30° respecto al semieje positivo de las x.
$\vec{d} = 2$ u; 60° respecto al semieje negativo de las x.
$\vec{e} = 9$ u, en dirección norte.
$\vec{f} = 12$ u, en dirección oeste.

Componentes rectangulares de un vector

Todo vector se puede ligar a un sistema de coordenadas cartesianas, con su punto de aplicación en el origen y expresarlo como la suma de dos vectores mutuamente perpendiculares en las direcciones de los ejes de coordenadas; estos dos vectores sumandos reciben el nombre de **componentes rectangulares** del vector dado.

Ejemplo:
Hallar las componentes rectangulares del vector $\vec{a} = 5$ u, en la dirección 30° respecto al semieje positivo de las x.

Solución:
Ligamos el vector a, a un sistema de coordenadas cartesianas y lo proyectamos en cada uno de los semiejes:

La componente del vector a sobre el eje x, la llamamos a_x, y se obtiene al aplicar la relación trigonométrica: $\cos 30° = \frac{a_x}{a}$, de donde

$a_x = a \cos 30°$; $a_x = 5 \cos 30° = 4.33$

La componente del vector a sobre el eje y, la llamamos a_y, y se obtiene al aplicar la relación trigonométrica:

$\text{sen } 30° = \frac{a_y}{a}$,

de donde $a_y = a \text{ sen } 30°$ y

$a_y = 5 \text{ sen } 30° = 2.5$

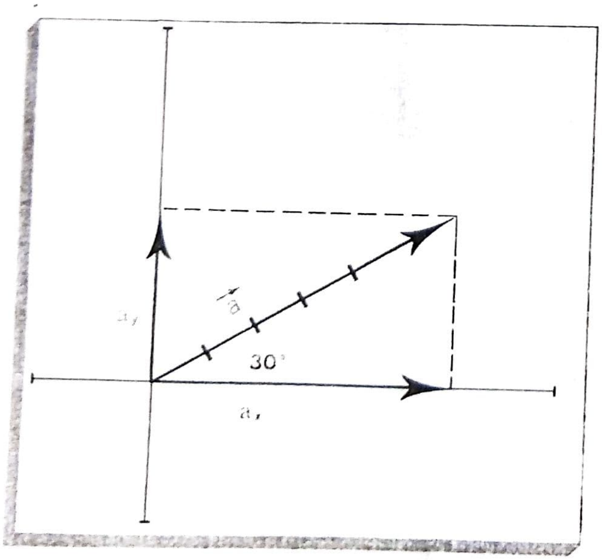


Fig. 2.12

1. Calcula las componentes rectangulares de los siguientes vectores: (Fig. 2.13).

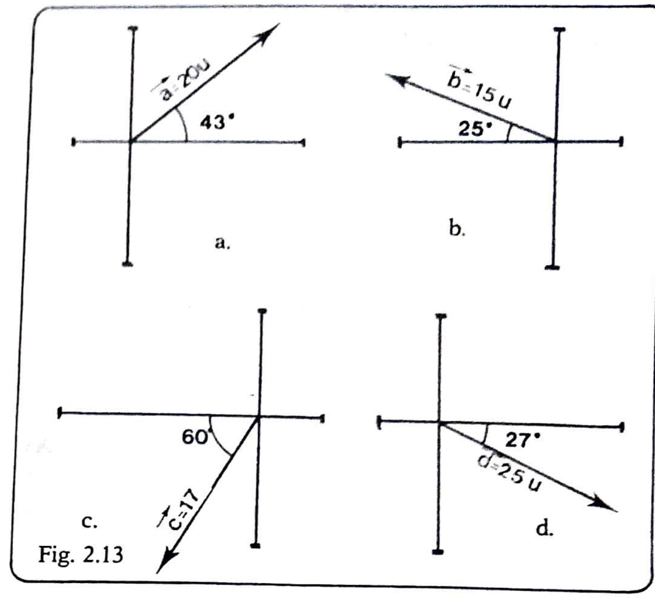


Fig. 2.13

2. **Suma de vectores por descomposición rectangular.**
Con el siguiente ejercicio aprenderás a sumar dos o más vectores, descomponiéndolos rectangularmente.

- Halla la suma de los vectores $\vec{a}$, $\vec{b}$ y $\vec{c}$, que aparecen ligados al siguiente sistema de coordenadas cartesianas.

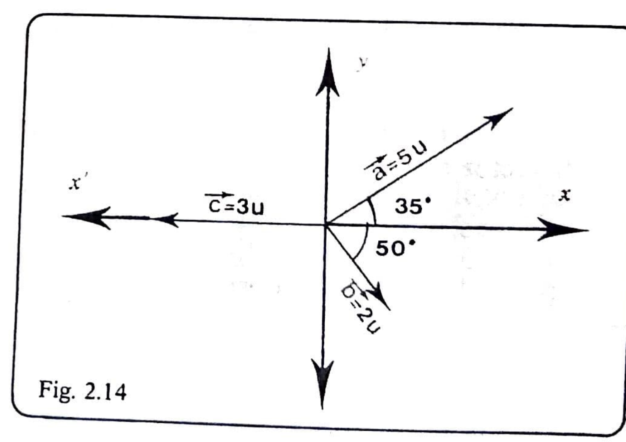


Fig. 2.14

a. Halla las componentes rectangulares de cada vector y consigna dichos resultados en una tabla como ésta:

$a_x =$			
$a_y =$	a sen 35° =	5 sen 35° =	2.87
$b_x =$			
$b_y =$			
$c_x =$			3
$c_y =$			

b. Efectúa la suma de las componentes en cada uno de los ejes, teniendo en cuenta el siguiente convenio de signos:

- Las componentes en las direcciones de los semiejes positivos son positivas.
- Las componentes en las direcciones de los semiejes negativos son negativas.
- Dibuja un eje de coordenadas cartesiano y sobre éste representa la resultante de las componentes en $x(V_x)$ y la resultante de las componentes en $y(V_y)$.

c. Aplica el teorema de Pitágoras a las componentes resultantes para hallar el vector suma:

$$\vec{V}_s = \sqrt{V_x^2 + V_y^2} = 2.73 \text{ u}$$

d. Representa gráficamente el vector suma ($\vec{V}_s$).

Podemos decir que para sumar dos o más vectores, descomponiéndolos rectangularmente, procedemos de la siguiente forma:

- **Hallamos las componentes de cada vector.**
- **Sumamos las componentes en cada uno de los ejes, teniendo en cuenta el convenio de signos enunciado anteriormente.**
- **Con la componente resultante en cada eje, aplicamos el teorema de Pitágoras para hallar el vector suma.**

3. Aplica el método de descomposición rectangular, para calcular la suma de los vectores que aparecen ligados a los siguientes ejes de coordenadas cartesianas.

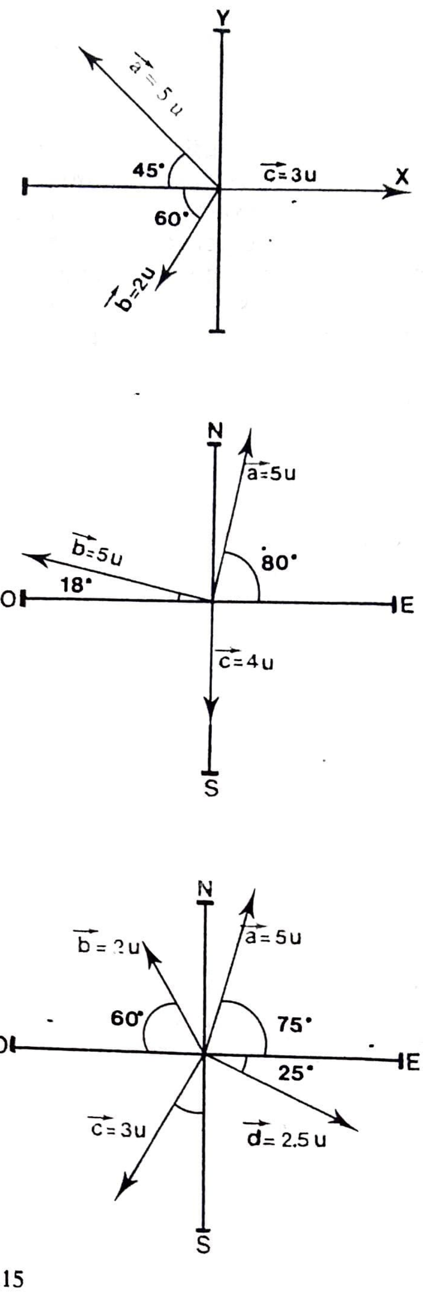


Fig. 2.15

RENE DESCARTES (1596 - 1650)

Filósofo y matemático francés. Su método filosófico y científico está basado en el análisis formal del método matemático.

Vinculó la física a la matemática y por medio de la geometría analítica ofreció al mundo científico una herramienta que daría origen a la mecánica y al cálculo infinitesimal.